MaT 1351 Lista 5 Parte II

Sylvain Bonnot

Formula de Taylor

Exercício 1. *calcule o polinômio de Taylor de ordem* 1 *da função dada em volta de* x_0 *dado:*

(a) $\sqrt{x}$ *com* $x_0 = 1$

(b) $\sqrt[3]{x}$ *com* $x_0 = 8$

(c) $\cos 3x$ *com* $x_0 = 0$.

Exercício 2. *calcule o polinômio de Taylor de ordem* 2 *da função dada em volta de* x_0 *dado:*

(a) $\ln 1 + x$ *com* $x_0 = 0$

(b) $\frac{1}{1-x^2}$ *com* $x_0 = 0$

Exercício 3. *Utilizando o polinômio de Taylor de ordem 2, calcule um valor aproximado e avalie o erro.*

(a) $\ln 1,3$

(b) $\sqrt{4,1}$

(c) $\operatorname{sen}(0,1)$.

Exercício 4. *Mostre que para todo* x *temos* $|\operatorname{sen} x - x| \leq \frac{|x|^3}{6}$.

Exercício 5. *Mostre que*

$$\ln x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + R(x)$$

onde a função $R(x)$ *é tal que* $\lim_{x\to 1} \dfrac{R(x)}{(x-1)^2} = 0$.

Otimização

Exercício 6. *Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito na elipse* $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Exercício 7. *Encontre as dimensões do retângulo com a maior área que pode ser inscrito em um triângulo equilátero com lado* L *se um dos la- dos do retângulo estiver sobre a base do triângulo.*

Exercício 8. *Encontre a área do maior trapézio que pode ser inscrito num cír- culo com raio 1 e cuja base é o diâmetro do círculo.*

Exercício 9. *Encontre as dimensões do triângulo isósceles de maior área que pode ser inscrito em um círculo de raio* r.

Exercício 10. *Um cilindro circular reto é inscrito em um cone com altura* h *e raio da base* r. *Encontre o maior volume possível para este cilindro.*

Exercício 11. *Um cilindro circular reto é inscrito em uma esfera de raio* r. *En- contre o maior superfície possível para este cilindro.*

Método de Newton

Exercício 12. *Use o método de Newton com o valor inicial especificado* x_1 *para encontrar* x_3*, a terceira aproximação da raiz da equação dada. (Dê sua resposta com quatro casas decimais.)*

(a) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3 = 0$ *com* $x_1 = -3$.

(b) $x^5 - x - 1 = 0$ *com* $x_1 = 1$.

(c) $x^7 + 4 = 0$ *com* $x_1 = -1$.

Exercício 13. *Explique por que o método de Newton falha quando aplicado à* $\sqrt[3]{x} = 0$ *com qualquer* $x_1 \neq 0$.