

Lista 3

Exercício 1. Calcule os limites.

$$(a) \lim_{x \rightarrow c} (x^3 + 4x^2 - 3) \quad (b) \lim_{x \rightarrow c} \frac{x^4 + x^2 - 1}{x^2 + 5} \quad (c) \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4x^2 - 3}$$

Resposta:

$$(a) \lim_{x \rightarrow c} (x^3 + 4x^2 - 3) = \lim_{x \rightarrow c} x^3 + \lim_{x \rightarrow c} 4x^2 - \lim_{x \rightarrow c} 3 \\ = c^3 + 4c^2 - 3$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow c} \frac{x^4 + x^2 - 1}{x^2 + 5} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} (x^4 + x^2 - 1)}{\lim_{x \rightarrow c} (x^2 + 5)} \\ = \frac{\lim_{x \rightarrow c} x^4 + \lim_{x \rightarrow c} x^2 - \lim_{x \rightarrow c} 1}{\lim_{x \rightarrow c} x^2 + \lim_{x \rightarrow c} 5} \\ = \frac{c^4 + c^2 - 1}{c^2 + 5}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4x^2 - 3} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -2} (4x^2 - 3)} \\ = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -2} 4x^2 - \lim_{x \rightarrow -2} 3} \\ = \sqrt{4(-2)^2 - 3} \\ = \sqrt{16 - 3} \\ = \sqrt{13}$$

Exercício 2. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x}$.

Resposta: O limite é 3.

Exercício 3. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 100} - 10}{x^2}$.

Resposta: O limite é 1/20.

Exercício 4. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} 2x}{5x}$.

Resposta: 2/5.

Exercício 5. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x + \text{sen} x}{x}$.

Resposta: 0.

Exercício 6. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} 5x}{\text{sen} 4x}$.

Resposta: $5/4$.

Exercício 7. Calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2+8x-3}{3x^2+2}$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{11x+2}{2x^3-1}$.

Resposta: $5/3$ e 0 .

Exercício 8. Encontre as assíntotas horizontais de $f(x) = \frac{x^3-2}{|x|^{3+1}}$.

Resposta: $y = 1$ e $y = -1$.

Exercício 9. Calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 16})$.

Resposta:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 16}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 16}) \frac{x + \sqrt{x^2 + 16}}{x + \sqrt{x^2 + 16}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (x^2 + 16)}{x + \sqrt{x^2 + 16}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-16}{x + \sqrt{x^2 + 16}}.\end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-16}{x + \sqrt{x^2 + 16}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{16}{x}}{1 + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{16}{x^2}}} = \frac{0}{1 + \sqrt{1 + 0}} = 0.$$

Exercício 10. Calcule os limites:

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{x^2-4}$ Resposta: 0
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ Resposta: $1/4$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{x^2-4}$ Resposta: $-\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-3}{x^2-4}$ Resposta: $+\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2-4}$ Resposta: não existe
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{(x-2)^3}$ Resposta: $-\infty$

Exercício 11. Calcule os limites:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{8x^2 - 3}{2x^2 + x}}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 - x^3}{x^2 + 7x} \right)^5$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x} + x^{-1}}{3x - 7}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{5/3} - x^{1/3} + 7}{x^{8/5} + 3x + \sqrt{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 3}{\sqrt{4x^2 + 25}}$

Resposta: (1) 2 (2) ∞ (3) 0 (4) 1 (5) ∞ (6) 1 (7) $1/2$.

Exercício 12. Encontre as assíntotas verticais das seguintes funções:

$$\text{a. } y = \frac{x^2 + 4}{x - 3} \quad \text{b. } f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\text{c. } y = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x - 8}$$

Resposta: (a) $x = 3$ (b) $x = 1$ (c) $x = -4$

Exercício 13. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(\text{sen}x)}{x}$. **Resposta:** 1.

Exercício 14. Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado:

1. $y = 4 - x^2$ no ponto $(-1, 3)$ **Resposta:** $y = 2x + 5$

2. $y = 2\sqrt{x}$ no ponto $(1, 2)$ **Resposta:** $y = x + 1$

3. $y = x^3$ no ponto $(-2, -8)$. **Resposta:** $y = 12x + 16$.