

# MAT 2352 Lista 2

Sylvain Bonnot

**Exercício 1.** Calcule o Laplaciano das seguintes funções:

(a)  $\phi(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ .

(b)  $\phi(x, y) = xy$ .

**Exercício 2.** Calcule o rotacional dos seguintes campos vetoriais:

(a)  $\vec{F}(x, y, z) = -y\vec{i} + x\vec{j} + z\vec{k}$ .

(b)  $\vec{F}(x, y, z) = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ .

(c)  $\vec{F}(x, y, z) = xy\vec{i} - x^2\vec{k}$ .

(d)  $\vec{F}(x, y, z) = \frac{-y}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\vec{j}$ .

**Exercício 3.** Calcule  $\text{div}(f.\vec{F})$  e  $\text{rot}(f.\vec{F})$  onde  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  e  $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ .

**Exercício 4.** Sejam  $f(x)$  contínua em  $[a, b]$  e  $g(y)$  contínua em  $[c, d]$ . Seja  $R$  o retângulo  $[a, b] \times [c, d]$ . Mostre

$$\iint_R f(x)g(y)dxdy = \left( \int_a^b f(x)dx \right) \left( \int_c^d g(y)dy \right)$$

**Exercício 5.** Calcule as integrais duplas:

(a)  $\iint_B x + 2y dxdy$  onde  $B = [0, 1] \times [1, 2]$ .

(b)  $\iint_B \sqrt{x+y} dxdy$  onde  $B = [0, 1] \times [1, 2]$ .

(c)  $\iint_B x \ln y dxdy$  onde  $B = [0, 2] \times [1, 2]$ .

(d)  $\iint_B \frac{\sin^2 x}{1+4y^2} dxdy$  onde  $B = [0, \pi/2] \times [0, 1/2]$ .

(e)  $\iint_B xye^{x^2-y^2} dxdy$  onde  $B = [0, 1] \times [0, 1]$ .

(f)  $\iint_B e^{x+y} - 1 dxdy$  onde  $B = [0, 1] \times [0, 1]$ .

**Exercício 6.** determine o volume do sólido limitado pela superfície  $z = x\sqrt{x^2 + y}$  e os planos  $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1$  e  $z = 0$ .