

# Mat 1351 Lista 2

Sylvain Bonnot

**Observação:** respostas vão aparecer num arquivo separado.

## Gráficos

**Exercício 1.** Faça o gráfico de cada função (utilizando translações, esticamentos, etc...)

$$y = \frac{1}{x + 2}$$

$$y = (x - 1)^3$$

$$y = -\sqrt[3]{x}$$

$$y = x^2 + 6x + 4$$

## Funções inversas, compostas

**Exercício 2.** Encontre uma formula para a função inversa:

(a)  $y = \ln(x + 3)$  (Resp:  $x = e^y - 3$ )

(b)  $y = \frac{e^x}{1+2e^x}$ . (Resp:  $x = \ln \frac{x}{1-2x}$ ).

**Exercício 3.** Expresse a quantidade como um único logaritmo:

$$\ln 5 + 5 \ln 3$$

$$\ln(a + b) + \ln(a - b) - 2 \ln c$$

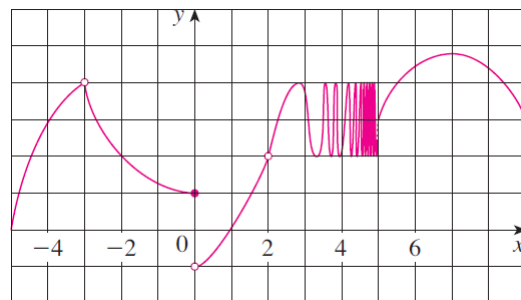
$$\frac{1}{3} \ln(x + 2)^3 + \frac{1}{2} [\ln x - \ln(x^2 + 3x + 2)^2]$$

**Resp:**a)  $\ln 1215$ , b) e c): ver fim da lista.

## Limites

**Exercício 4.** Para a função  $h$  cujo gráfico é dado, diga o valor de cada quantidade, se ela existir.

- |                                      |                                      |                                     |
|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| (a) $\lim_{x \rightarrow -3^-} h(x)$ | (b) $\lim_{x \rightarrow -3^+} h(x)$ | (c) $\lim_{x \rightarrow -3} h(x)$  |
| (d) $h(-3)$                          | (e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$  | (f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ |
| (g) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$    | (h) $h(0)$                           | (i) $\lim_{x \rightarrow 2} h(x)$   |
| (j) $h(2)$                           | (k) $\lim_{x \rightarrow 5^+} h(x)$  | (l) $\lim_{x \rightarrow 5^-} h(x)$ |



**Resp.:**(a) 4 (b) 4 (c) 4 (d) não existe (e) 1 (f) -1 (g) não existe (h) 1 (i) 2 (j) não existe (k) 3 (l) não existe.

**Exercício 5.** Mostre, utilizando a definição do limite os seguintes limites:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 2 = 3$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 4} 3\sqrt{x} = 6$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - \cos(x^2 + 1) = +\infty$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \frac{x^2}{x^2+1} = +\infty$$

**Exercício 6.** Demonstre cada afirmação usando a definição de limite (i.e utilizando  $\epsilon, \delta$ ).

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$$

$$28. \lim_{x \rightarrow -6^+} \sqrt[8]{6+x} = 0$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x + 5) = 1$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x - 7) = 1$$

$$31. \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 1) = 3$$

$$32. \lim_{x \rightarrow 2} x^3 = 8$$

**Exercício 7.** Calcule o limite se existir.

$$11. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$$

$$15. \lim_{t \rightarrow -3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 2x - 3}$$

$$17. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-5+h)^2 - 25}{h}$$

$$18. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^3+8}$$

$$20. \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^4 - 1}{t^3 - 1}$$

## Limites e infinito

**Exercício 8.** Encontre o limite ou mostre que não existe.

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x + 3}$

16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{x - 4}$

17.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x - x^2}{2x^2 - 7}$

18.  $\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{2 - 3y^2}{5y^2 + 4y}$

19.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t} + t^2}{2t - t^2}$

20.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t - t\sqrt{t}}{2t^{3/2} + 3t - 5}$

21.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 + 1)^2}{(x - 1)^2(x^2 + x)}$

22.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + 1}}$

23.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$

24.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$

25.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$

26.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 2x})$

## Continuidade

**Exercício 9.** Use a definição da continuidade e propriedades de limites para mostrar que a função é contínua no intervalo dado:  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$  em  $(2, \infty)$ ;  $g(x) = 2\sqrt{3-x}$  em  $(-\infty, 3)$ .

**Exercício 10.** Demostre que uma função  $f$  é contínua em  $a$  se e somente se  $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f(a)$ .

**Exercício 11.** Encontre os pontos nos quais  $f$  é descontínua. Em quais desses pontos  $f$  é contínua à direita, à esquerda ou em nenhum deles? Esboce o gráfico de  $f$ .

41.  $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ 2 - x & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ (x - 2)^2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

42.  $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 1/x & \text{se } 1 < x < 3 \\ \sqrt{x - 3} & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$