

# MAT2352 - Cálculo para Funções de várias variáveis II

2o. semestre de 2015

## 1a. Lista de Exercícios

1. Esboce os campos de vetores:

(a)  $\vec{v}(x, y) = x^2 \vec{j}$ .

(b)  $\vec{v}(x, y) = -y \vec{i} + x \vec{j}$ .

(c)  $\vec{v}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \vec{i} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \vec{j}$ .

2. Calcule o divergente e o rotacional para os seguintes campos de vetores:

1.  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + yz) \mathbf{i} + (y + xz) \mathbf{j} + (z + xy) \mathbf{k}$

2.  $\mathbf{F}(x, y, z) = xy^2z^3 \mathbf{i} + x^3yz^2 \mathbf{j} + x^2y^3z \mathbf{k}$

3.  $\mathbf{F}(x, y, z) = xye^z \mathbf{i} + yze^x \mathbf{k}$

4.  $\mathbf{F}(x, y, z) = \sin yz \mathbf{i} + \sin zx \mathbf{j} + \sin xy \mathbf{k}$

5.  $\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} (x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k})$

6.  $\mathbf{F}(x, y, z) = e^{xy} \sin z \mathbf{j} + y \tan^{-1}(x/z) \mathbf{k}$

7.  $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle e^x \sin y, e^y \sin z, e^z \sin x \rangle$

8.  $\mathbf{F}(x, y, z) = \left\langle \frac{x}{y}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x} \right\rangle$

3. Mostre as seguintes propriedades:

1.  $\text{div}(\vec{F} + \vec{G}) = \text{div}\vec{F} + \text{div}\vec{G}$

2.  $\text{rot}(\vec{F} + \vec{G}) = \text{rot}\vec{F} + \text{rot}\vec{G}$

3.  $\text{div}(f\vec{F}) = f\text{div}\vec{F} + \vec{F} \cdot \nabla f$

4.  $\text{rot}(f\vec{F}) = f\text{rot}\vec{F} + (\nabla f) \wedge \vec{F}$

5.  $\text{rot}(\text{rot}\vec{F}) = \text{grad}(\text{div}\vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$

4. Seja  $\vec{r}$  o vetor posição e  $r = |\vec{r}|$ . Calcule (ou verifique):

1.  $\nabla \cdot \vec{r}$

2.  $\nabla \cdot (r\vec{r})$

3.  $\nabla r = (\vec{r})/r$

4.  $\nabla(1/r)$

5.  $\nabla \ln r = \vec{r}/r^2$  em dimensão 3.