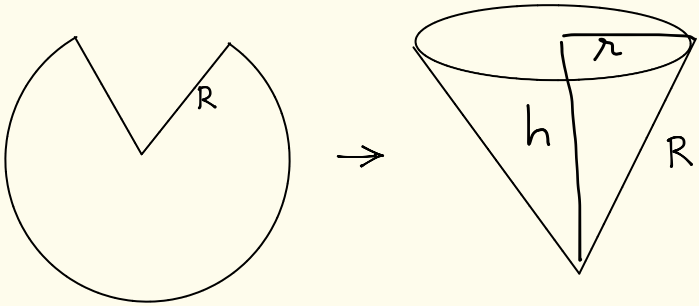
Ex: Seja um cone de volume fixo V. Minimizar a superfície.



Temos $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$, e $S=\pi r R=\pi r\cdot\sqrt{r^2+h^2}$. Então $r^2=\frac{3V}{\pi\cdot h}$.

Vamos minimizar $S^2=\pi^2 r^2\cdot(r^2+h^2)=\pi^2\cdot\frac{3V}{\pi\cdot h}\left(\frac{3V}{\pi\cdot h}+h^2\right)=\frac{9V^2}{h^2}+3V\pi\cdot h=f(h)$.

Agora, $f'(h)=0\Rightarrow -\frac{18V^2}{h^3}+3V\pi=0\Rightarrow h^3=\frac{6V}{\pi}\Rightarrow h=\sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$

Como $f''(h)=\frac{54V^2}{h^4}>0$, temos um mínimo.

Agora, $r^2=\frac{3V}{\pi}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi}{6V}}$ e $r=\sqrt{\frac{3V}{\pi}}\cdot\left(\frac{\pi}{6V}\right)^{\frac{1}{6}}$, e $S_{\text{mín.}}=\pi\cdot\sqrt{\frac{3V}{\pi}}\cdot\left(\frac{\pi}{6V}\right)^{1/6}\cdot\sqrt{\frac{3V}{\pi}\sqrt[3]{\frac{\pi}{6V}}+\left(\frac{6V}{\pi}\right)^{2/3}}$.

"Foi tudo a culpa do giz!"