Faculdade Tecnológica de Carapicuíba
Tecnologia em Logística – Ênfase em Transportes
Notas da Disciplina de Matemática (*versão 2.1*)

"A Matemática apresenta invenções tão sutis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos como, também para auxiliar as artes e poupar trabalho aos homens." (Descartes)

TEORIA DOS CONJUNTOS

Símbolos

$\in$: pertence	$\exists$: existe
$\notin$: não pertence	$\nexists$: não existe
$\subset$: está contido	$\forall$: para todo (ou qualquer que seja)
$\not\subset$: não está contido	$\varnothing$: conjunto vazio
$\supset$: contém	**N**: conjunto dos números naturais
$\not\supset$: não contém	**Z** : conjunto dos números inteiros
/ : tal que	**Q**: conjunto dos números racionais
$\Rightarrow$: implica que	**Q'= I**: conjunto dos números irracionais
$\Leftrightarrow$: se, e somente se	**R**: conjunto dos números reais

Símbolos das operações

$A \cap B$: A intersecção B	$A \cup B$: A união B
A< B: A menor que B	$A \leq B$: A menor ou igual a B
A > B: A maior que B	$A \geq B$: A maior ou igual a B
$A \wedge B$: A e B	$A \vee B$: A ou B
A - B: diferença de A com B	

Conjunto é a reunião de elementos que formam um todo, e nos dá idéia de coleção.Exemplo: Um pomar **:** Pomar é um conjunto de árvores frutíferas, onde *pomar* é o todo e *árvore frutífera* é o elemento. A todo o momento lidamos com a formação de conjuntos, seja por aspectos cotidianos, culturais ou científicos. Ao organizarmos nossas roupas, a lista de amigos ou o timinho de futebol, estamos formando conjuntos. A Teoria dos Conjuntos, criada pelo matemático GEORG CANTOR , tornou-se o elemento central da estruturação do conhecimento matemático.Como a idéia era muito abstrata e difícil de ser representada, o lógico inglês JOHN VENN idealizou uma forma simplificada para demonstrar, que são os **diagramas.**

REPRESENTAÇÃO DE UM CONJUNTO

- Enumerando os elementos entre chaves, separados por vírgulas. Exemplo um conjunto indicando os dias da semana:

A={domingo, segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado} ,

- Um conjunto pode ser **finito** (exemplo anterior) ou **infinito,** como por exemplo o conjunto dos números naturais não nulos

$$A=\{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

Obs.: As **reticências** indicam que há mais elementos no conjunto.

- Expressando uma ou mais propriedades que se verifica para todos os seus elementos (essas propriedades têm que ser exclusivas desses elementos):

$$\mathbf{B=\{x \in A |\ x \text{ tem a propriedade } P\}}$$

(Lê-se: *x* pertence ao conjunto A tal que *x* possui a propriedade P)

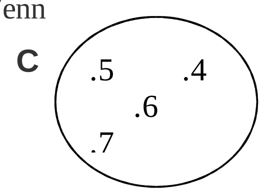
$$\mathbf{C=\{x \in N \mid 3 < x < 8\}}$$

(*x* pertence ao conjunto dos números naturais tal que *x* é maior que 3 e menor que 8)

Ou seja,

$$\mathbf{C=\{4, 5, 6, 7\}}$$

- Graficamente através do diagrama de Venn



RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

Para indicarmos que um elemento *a* pertence ao conjunto *A*, escrevemos: $\boldsymbol{a \in A}$ (*lê-se: elemento a pertence ao conjunto A).* Para indicarmos que um elemento *a* não pertence ao conjunto *A*, escrevemos: $a \notin A$ (*lê-se: elemento a não pertence ao conjunto A)*

IGUALDADE DE CONJUNTOS

Observe os conjuntos:

$$A= \{4,5, 6, 7\} \quad e \quad B=\{6,5, 4,7\}$$

Os conjuntos A e B são iguais, pois possuem os mesmos elementos. Para indicarmos sua igualdade (A é igual a B):

$$A=B$$

Considere agora os conjuntos:

$$A= \{2,4, 6\} \quad e \qquad B = \{3,4, 5\}$$

Neste caso, como os conjuntos A e B possuem elementos diferentes:

$$A \neq B$$

CONJUNTO VAZIO

O conjunto vazio é o conjunto que não possui elementos, como exemplo, considere o conjunto

$$A=: \{x \in \mathbb{N} \ / \ \ x \text{ menor que } 0\}$$

Este conjunto é vazio, pois não existe número natural negativo. Representa-se o conjunto vazio por: Ø.

SUBCONJUNTOS

Quando todos elementos de um conjunto A pertencem também a um outro conjunto B, diz-se que A é subconjunto de B e indica-se:

$$A \subset B \qquad \text{(}\textbf{\textit{lê-se A está contido em B}}\text{)}$$

Exemplo: A={3,5} e B={0,1,3,5} assim:

$$A \subset B$$

CONJUNTO UNIVERSO

O conjunto universo é a reunião de todos os conjuntos a serem estudados no contexto em que estamos trabalhando. Exemplos:

- Quando falamos sobre biologia, o Conjunto Universo será todos os seres vivos;
- Quando falamos sobre os números naturais, o Conjunto Universo será todos os números inteiros positivos.

Na resolução de equações o conjunto mais importante é o conjunto **R** que reúne vários outros conjuntos numéricos.

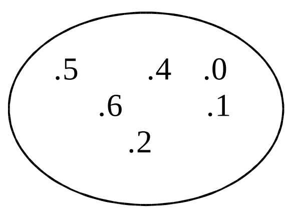
REUNIÃO OU UNIÃO DE CONJUNTOS

Ao formar-se um novo conjunto com todos os elementos de outros conjuntos, denomina-se esse novo conjunto de conjunto união. Exemplo,sejam os conjuntos A={0, 1} e B={1, 2, 4, 5, 6}, então o conjunto união será

C = {0,1,2,4,5,6}

e é indicado por

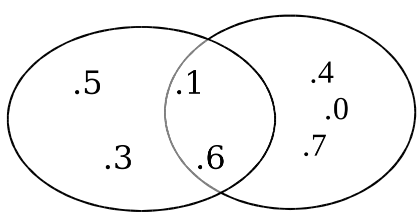
A∪B



INTERSEÇÃO DE CONJUNTOS

A interseção dos conjuntos A e B é o conjuntos formado pelos elementos que estão simultaneamente nos conjuntos A e B. Exemplo: A={1, 3, 5, 6} e B={0, 1, 4, 6, 7}. O conjunto interseção de A e B será C = {1, 6} e é indicado por

A∩B



Obs. : Se a interseção dos conjuntos A e B for o conjunto vazio, dizemos que os conjuntos A e B são **disjuntos.**

SUBTRAÇÃO DE CONJUNTOS

Sejam os conjuntos A={0,1,2,3} e B={1,2,4,5,6}. Vamos formar um conjunto C formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A mas não pertencem ao conjunto B.

C = {0, 3}

O conjunto diferença A – B é formado pelos elementos que pertencem apenas ao conjunto A.

COMPLEMENTAR DE UM CONJUNTO

Trata-se de um caso particular da diferença entre dois conjuntos. Assim é , que dados dois conjuntos A e B, com a condição de que $B \subset A$, a diferença A - B chama-se, neste caso, complementar de B em relação a A. Simbologia:

$$C_A B = A - B.$$

CONJUNTOS NUMÉRICOS FUNDAMENTAIS

Entendemos por conjunto numérico, qualquer conjunto cujos elementos são números. Existem infinitos conjuntos numéricos, entre os quais, os chamados conjuntos numéricos fundamentais, a saber:

- Conjunto dos ***números naturais***

$$\mathbf{N} = \{0,1,2,3,4,5,6,\ldots\}$$

- Conjunto dos ***números inteiros***

$$\mathbf{Z} = \{\ldots,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$$

- Conjunto dos ***números racionais:***

$$\mathbf{Q} = \{x \mid x = p/q \text{ com } p \in Z, q \in Z \text{ e } q \neq 0\}.$$

- Conjunto dos ***números irracionais***

$$\mathbf{Q'} = \{x \mid x \text{ é uma dízima não periódica}\}.$$

- Conjunto dos **números reais**

$$\mathbf{R} = \{x \mid x \text{ é } \textbf{racional ou } x \text{ é irracional}\}.$$

Notas:

a) $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ e $\mathbf{Q'} \subset \mathbf{R}$

b) toda dízima periódica é um número racional, pois é sempre possível escrever uma dízima periódica na forma de uma fração. Exemplo: 0,4444... = 4/9.

c) um número real é racional ou irracional; não existe outra hipótese!

d) um número racional é aquele que pode ser escrito na forma de uma fração p/q onde p e q são números inteiros, com o denominador diferente de zero. Lembre-se que **não existe divisão por zero!**

e)exemplos de números racionais: 2/3, -3/7, 0,001=1/1000, 0,75=3/4, 0,333... = 1/3, 7 = 7/1.

f) exemplos de números irracionais: π = 3,1415926..., 2,01001000100001... (dízima não periódica), $\sqrt{3}$ = 1,732050807... (raiz não exata).

Dados dois números reais p e q, chama-se **intervalo** a todo conjunto de todos números reais compreendidos entre p e q , podendo inclusive incluir p e q, que são os limites do intervalo, e a diferença p - q , chamada amplitude do intervalo. Se o intervalo incluir p e q , o intervalo é fechado e caso contrário, o intervalo é dito aberto. A tabela abaixo, define os diversos tipos de intervalos.

TIPOS	REPRESENTAÇÃO	OBSERVAÇÃO
INTERVALO FECHADO	$[p;q] = \{x \in R;\ p \leq x \leq q\}$	inclui os limites p e q
INTERVALO ABERTO	$(p;q) = \{x \in R;\ p < x < q\}$	exclui os limites p e q
INTERVALO FECHADO A ESQUERDA	$[p;q) = \{x \in R;\ p \leq x < q\}$	inclui p e exclui q
INTERVALO FECHADO À DIREITA	$(p;q] = \{x \in R;\ p < x \leq q\}$	exclui p e inclui q
INTERVALO SEMI-FECHADO	$[p;\infty) = \{x \in R;\ x \geq p\}$	valores maiores ou iguais a p.
INTERVALO SEMI-FECHADO	$(-\infty;\ q] = \{x \in R;\ x \leq q\}$	valores menores ou iguais a q.
INTERVALO SEMI-ABERTO	$(-\infty;\ q) = \{x \in R;\ x < q\}$	valores menores do que q.
INTERVALO SEMI-ABERTO	$(p;\ \infty) = \{x > p\}$	valores maiores do que p.

Nota: o conjunto dos números reais pode ser representado na forma de intervalo como $R = (-\infty;\ +\infty)$

Exercícios

1) Classifique os conjuntos abaixo em vazio, finito ou infinito:

a) A= { $x \in \mathbb{N}$ / x é um número positivo}

b) B = { $x \in \mathbb{N}$ / x é um número ímpar, solução da equação $x^2 = 4$ }

c) B = { $x \in \mathbb{N}$ / x é um número par, solução da equação $x^2 = 4$ }

d) C = { $x \in \mathbb{N}$ / x é um número par e primo}

2) Sejam A = { $x \in \mathbb{N}$ / x é um número par compreendido entre 3 e 15} B = { $x \in \mathbb{N}$ / x é um número par menor 15 }, C = { $x \in \mathbb{N}$ / x é um número diferente de 2}. Relacione entre si os conjuntos :

a) A e B b) A e C c) B e C

2) Sendo A = {0, 1, 2, 3}, B = {0, 2, 3, 5}, C { $x \in \mathbb{N}$ /x é par positivo menor que 10 } e D = { $x \in \mathbb{N}$ /x é número ímpar compreendido entre 4 e 10 }, determine:

a) $A \cup B$ b) $B \cup C$ c) $A \cup C$ d) $B \cup D$ e) $A \cup D$

3) Dados A = {0,2,1,5} e B = {5,1,6,4 }, determine :

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) A – B d) B – A

5) Dados A = {1,3,5 }, B = {0,2,1,8} e D = {2 }

a) $A \cup (B \cap D)$ b) $A \cap (B \cup D)$ c) A- ($B \cup D$) d) B – (A – D)

6) Dados A = {0,1,2,3 }, B = {1 ,2,3 } e C = {2,3,4,5 }

a) A – B b) A – C c) B – C d) $(A \cap B)$ - C

f) A- $(B \cap C)$ g) C_A^B

7) Dados M = { $x \in \mathbb{R}$ / $0 \le x \le 5$ } e S = { $x \in \mathbb{R}$ / $0 \le x \le 7$ }. Calcule:

a) M – S

b) S – M

c) Determine os números inteiros que pertencem ao conjunto $M \cap S$

d) Determine os números inteiros que pertencem ao conjunto $M \cup S$

8) Se A, B e $(A \cap B)$ são conjuntos com 90, 50 e 30 elementos respectivamente, determine então o número de elementos $A \cup B$.

FUNÇÕES

1. Relações entre conjuntos

Muitas vezes pode-se fazer uma associação entre os elementos de dois conjuntos. Por exemplo, considere os conjuntos:

A = {Fiat, Ford, Sadia, Bradesco, Varig, IBM, Unibanco}
B = {alimentos, automóveis, passagens aéreas, investimentos, computadores}

Podemos relacionar os elementos dos conjuntos A e B:

Fiat $\rightarrow$ automóveis
Ford $\rightarrow$ automóveis
Sadia $\rightarrow$ alimentos
IBM $\rightarrow$ computadores
Bradesco $\rightarrow$ investimentos
Unibanco $\rightarrow$ investimentos
Varig $\rightarrow$ passagens aéreas

A associação entre os dois conjuntos forma um conjunto de pares ordenados com os elementos dos dois conjuntos. Este conjunto formado recebe o nome de Relação.

Definição: Dados dois conjuntos A e B, define-se ***a relação de A em B*** como sendo o conjunto dos pares ordenados formados por um elemento de A e um elemento de B associados por meio de uma determinada regra ou lei, assim a relação é formada por:

- um conjunto de "partida" (conjunto A)
- um conjunto de "chegada" (conjunto B)
- uma regra ou lei que associa os elementos de A com os elementos de B
  Notação:

$$\mathbf{R: A \rightarrow B}$$

Exemplos:

- Sejam A = {1, 2, 5} e B = {2, 4} e

$$R = \{(x, y) \mid x \in A,\ y \in B \text{ e } x < y\}$$

$$\mathbf{R = \{(1, 2), (1, 4), (2, 4)\}}$$

- Sejam A = {3, 5, 7, 9} e B = {1, 6, 8, 10}

$$R = \{(x, y) \mid x \in A,\ y \in B \text{ e } y = x + 3\}$$

x	**y = x +3**	**(x, y)**
3	3 + 3 = 6	(3, 6)
5	5 + 3 = 8	(5, 8)
7	7 + 3 = 10	(7, 10)
9	9 + 3 = 12	(9, 12)

$$\mathbf{R = \{ (3, 6), (5, 8), (7, 10)\}}$$

O resultado pode ser representado por meio de pontos em um plano cartesiano onde o eixo horizontal representa o conjunto de "partida" e o eixo vertical o conjunto de "chegada".

Definição: Os elementos do conjunto de "partida" que participam da relação constituem um subconjunto chamado de ***domínio da relação*** e os elementos do conjunto de "chegada" que participam da relação formam o ***conjunto imagem***.

Exemplos: Determine a tabela, o gráfico e o diagrama mostrando o domínio e a imagem de cada relação.

1) A = {1,2, 3, 4, 5, 6, 7} e B = {2,3, 4, 5, 6, 7, 10}

R = {(x, y) | x ∈ A, y ∈ B e y = 2x}

x	**y = x +3**	**(x, y)**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

2) A = {-2, -1, 0, 2, 3} e B = {-1, 0, 1, 3, 4}

R = { x, y) | x ∈ A, y ∈ B e y = x+1}

x	**y = x +3**	**(x, y)**
-2		
-1		
0		
2		
3		

2. Definição de função

Dados dois conjuntos A e B, define-se função de A em B como sendo uma relação que associa cada um dos elementos de A a um único elemento de B.

Assim, uma ***função ou aplicação*** entre dois conjuntos, A e B exige que:

1. Exista uma lei ou regra de associação entre os elementos dos conjuntos A e B.
2. Todos os elementos de A (conjunto de partida) possuem um correspondente no conjunto B.
3. Cada elemento de A possui somente um correspondente no conjunto B.

Exemplos: Considere os conjuntos A = {0, 1, 2} e B = {-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}, indique quais relações representam uma função:

1) Os elementos de A estão associados ao seu dobro no conjunto B.
2) Os elementos de A estão associados ao seu quadrado no conjunto B
3) Os elementos de A estão associados ao seu valor menos duas unidades no conjunto B
4) Os elementos de A estão associados ao seu triplo menos uma unidade no conjunto B
5) Os elementos de A estão associados com os elementos menores do ele do conjunto B

Exemplos de aplicação

As funções são importantes porque elas podem ser usadas para representar as relações entre grandezas de interesse em diversas áreas:

- Temperatura para cada hora do dia
- Valor da prestação para um financiamento de 34 meses e taxa de juros
- Receita obtida na venda de pneus e a quantidade de pneus vendida
- Tempo de viagem e velocidade do carro.

3. Notação

Os elementos dos conjuntos de “partida” A e “chegada” B de uma função podem ser representados por ***variáveis***. Uma variável é um símbolo que pode assumir qualquer valor dos elementos de um conjunto:

- ***Variável independente (x)***: o símbolo que representa os elementos do conjunto de partida (conjunto A) é chamado de variável independente, pois pode ser qualquer um dos elementos do conjunto, independentemente.
- ***Variável dependente (y)***: o símbolo que representa os elementos do conjunto de chegada (conjunto B) é chamado de variável dependente, pois seu valor é determinado pelo valor da variável independente (x), ou seja, o valor de y depende do valor do elemento x escolhido no conjunto de partida. Dizemos que o valor de y é uma função do valor de x e adotamos a notação:

  $$y = f(x)$$

  o que também significa que y é uma função de x.

Obs. Seja f(x) uma função que associa elementos do conjunto A a elementos do conjunto B, esta função pode ser denotada por

$$\mathbf{f: A \to B.}$$

Notação algébrica:

Uma função pode também ser escrita na sua forma algébrica, expressa por uma expressão matemática que relaciona a variável dependente (y) com a variável independente (x). Exemplos:

- A função que relaciona um número ao seu triplo ⇒ $y = f(x) = 3x$
- A função que relaciona um número ao seu dobro mais cinco ⇒ $y = f(x) = 2x + 5$

1) Escreva em notação algébrica:
- A função que relaciona um número ao seu quadrado menos seu triplo ⇒ $y = f(x) =$
- A função que relaciona um número a sua raiz quadrada mais dois ⇒ $y = f(x) =$

Exemplo de atividade: Dados os conjuntos A = {1, 3, 5, 7} e B = {2, 5, 6, 8, 10 14, 15} e a função que associa elementos de A com o seu dobro no conjunto B, escreva a forma algébrica da função e determine os elementos de B definidos pela função.

Solução:
- Na notação algébrica: $f(x) = 2x$
- No diagrama, temos:

x	f(x) = 2x

Exercícios de aplicação de funções

1) Dada a função $y = 3x - 1$ que relaciona os elementos do conjunto dos números naturais N (conjunto de partida) com elementos do conjunto dos números inteiros Z (conjunto de chegada). Determine o valor da função quando:
   a) $x = 0$
   b) $x = 2$
   c) $x = 3$
   d) $x = 10$

2) Seja a função $f(x) = x^2 + 1$ que relaciona os elementos do conjunto dos números inteiros Z (conjunto de partida) com elementos do conjunto dos números naturais N (conjunto de chegada). Determine:

a) f(-2) b) f(-1) c) f(0) d) f(1) e) f(2) f) f(10)

3) Uma barraca na praia de Trancoso, em Porto Seguro vende cocos e exibe a seguinte tabela de preços:

Número de cocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preço (em reais)	1,20	2,40	3,60	4,80	6,00	7,20	8,40	9,60	10,80	12,00

a) O preço dos cocos é função do número de cocos?
b) Qual é o preço de 15 cocos?
c) Escreva uma fórmula algébrica que relacione a dependência do preço (P) e o número de cocos (q).
d) Use esta fórmula para calcular o preço a ser cobrado por 18 cocos.

4) Sejam 40 concorrentes que comprometem-se em dividir um prêmio de R$ 1.200,00 entre os acertadores. Sejam x o número de acertadores (x = 1, 2, 3, ..., 40) e y a quantia recebida por cada acertador (em reais). Responda

- y é uma função de x? Por quê?
- Quais os valores de y para $x = 2$, $x = 8$, $x = 20$ e $x = 30$
- Qual é o valor máximo de y?
- Escreva uma expressão algébrica para relacionar y com x

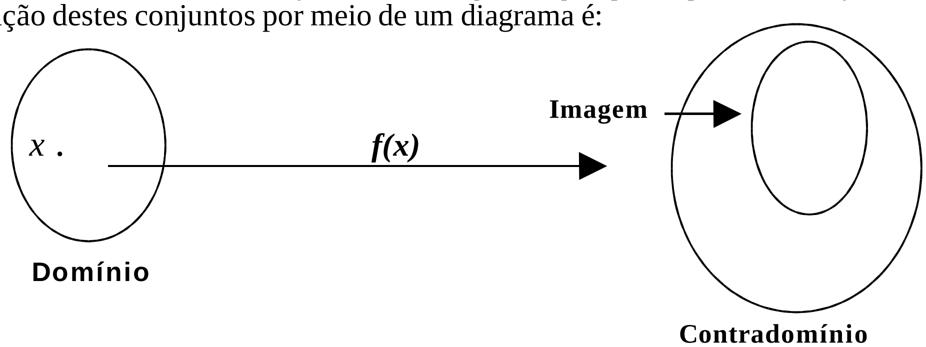
3) O preço do serviço executado por um pintor consiste de uma taxa fixa, que é de R$ 25,00 mais uma quantia que depende da área pintada. A tabela abaixo mostra alguns orçamentos apresentados por este pintor:

Área pintada (em m^2)	Total a pagar (em reais)
5	35
10	45
15	55
20	65
30	85
40	105
80	185

a) O preço da pintura é uma função da área pintada?
b) Como se exprime, matematicamente o total a pagar f(x) em função da área x a ser pintada em m^2?
c) Qual é o preço cobrado pela pintura de uma área de 150 m^2?
d) Qual é a área a ser pintada com um orçamento de R$ 625,00?

Domínio e Imagem de uma função

Os elementos do conjunto de "partida" que participam da relação constituem um subconjunto chamado de domínio da relação e os elementos do conjunto de "chegada" que participam da relação formam o conjunto imagem. A representação destes conjuntos por meio de um diagrama é:



Observação: Se o domínio da função não está dado explicitamente, deve-se assumir como sendo formado por todos os números reais.

Exemplo:

1) Dada a função f(x) = 2x –1, definida num domínio D = {-1, 0, 2} e com contradomínio CD = {-3, -1, 0, 1, 2, 5, 6}, determinar o conjunto imagem I.

5. Zeros da função:

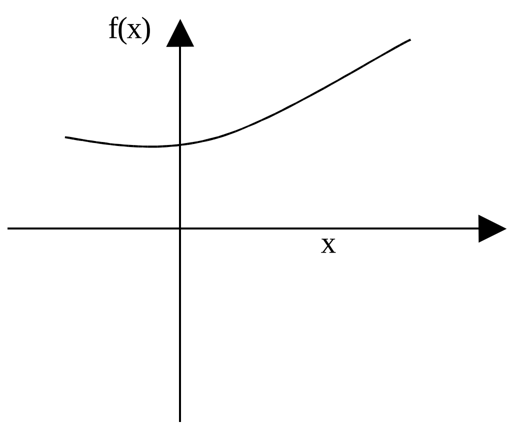
Seja f(x) uma função definida em R, define-se zeros da função os valores de x para os quais f(x) = 0.

Exemplos.
Determinar o zero das funções:

a) $f(x) = x - 5$
b) $f(x) = 2x - 8$
c) $f(x) = 3x + 12$
d) $f(x) = 1/x$

Gráfico de uma função.

Seja f(x) uma função definida num domínio $D \subset \mathbb{R}$. Define-se o gráfico da função f(x) como sendo o conjunto de todos os pontos (x,y) do plano cartesiano tais que $x \in D$ e y = f(x). Como há infinitos pontos no domínio da função, há também infinitos pontos (x,y) de tal modo que o gráfico da função é uma curva contínua no plano cartesiano



Sistema de coordenadas cartesianas:

– abcissas: eixo horizontal;

– ordenadas: eixo vertical.

Construa o gráfico das seguintes funções
a) Seja uma função $f(x) = x + 2$
b) Seja uma função $f(x) = x^2 - 2$

Exercícios:
Construa o gráfico das seguintes funções:
a) $f(x) = 2x - 1$ b) $f(x) = 4 - x$ c) $f(x) = 3x + 2$ d) $f(x) = 5 - 2x$
e) $f(x) = x^2$ f) $f(x) = 1/x$ g) $f(x) = \sqrt{x}$

Classificação das funções: análise dos gráficos

função crescente
função decrescente
função constante
máximos e mínimos

Função polinomial

Exemplos:
- $y = x^2 + 3x - 5$ maior expoente é 2;
- $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x - 1$ maior expoente é 3;
- $f(x) = x + 5$ maior expoente é 1.

Definição: Chama-se função ***polinomial do primeiro grau***, ou ***função afim***, a qualquer função do tipo $f(x) = ax + b$, onde **a** e **b** são números reais e $a \neq 0$.

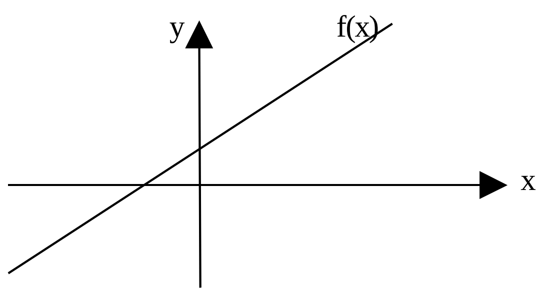
Exemplos:
$f(x) = 3x + 5$ $a = 3$ e $b = 5$
$g(x) = x - 10$ $a = 1$ e $b = -10$
$S(t) = 2{,}3t + 4{,}5$ $a = 2{,}3$ e $b = 4{,}5$
$f(x) = 12 - 3x$ $a = -3$ e $b = 12$

Observações:
b) O domínio e a imagem desta função é o conjunto dos números reais.
c) o zero da função é dado por $x_0 = -b/a$

Exercícios:
Determinar o zero das seguintes funções:
a) $f(x) = 2x - 16$ b) $f(x) = x - 4$ c) $f(x) = 5x + 25$
e) $f(x) = 12 - 3x$ e) $f(x) = 2{,}5x - 10$

Gráfico da função de primeiro grau

a) O gráfico da função do primeiro grau é representado por uma reta no sistema de coordenadas cartesianas.



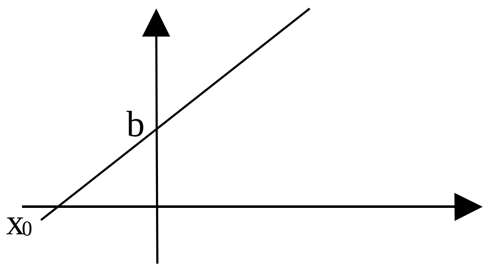
b) Uma reta é completamente determinada por pelo menos 2 pontos. Assim para a construção do gráfico de uma função linear precisamos somente de 2 pontos.

Interceptos

São os pontos pelos quais a reta da função cruza os eixos x e y.

- **Intercepto x:** é obtido quando $y = f(x) = 0$.
  Este intercepto é dado pelo zero da função, $x_0 = -b/a$.

- **Intercepto y** : é obtido quando $x = 0$
  Este intercepto é dado pelo valor do coeficiente b.

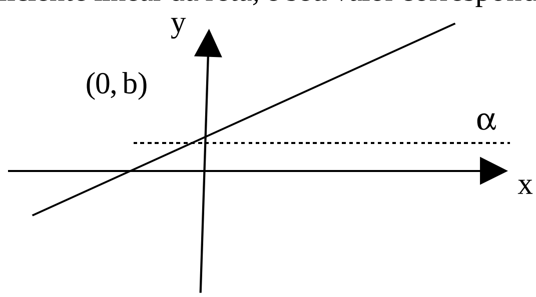


Exemplo: Determine os interceptos e construa o gráfico das seguintes funções:

3) $f(x) = 2x + 3$ b) $f(x) = x - 6$ c) $f(x) = -2x + 5$ d) $f(x) = 5x$
4) $f(x) = 5x + 3$ f) $f(x) = 3 - 5x$ g) $f(x) = 2x$ h) $f(x) = 0x + 5 = 5$

Numa função de primeiro grau do tipo $f(x) = ax + b$, os coeficientes a e b são denominados:

- **a** é chamado de coeficiente angular da reta que representa o gráfico da função, e é também uma medida da taxa de variação da quantidade y, ou seja, a rapidez com que a quantidade y aumenta ou diminui. O coeficiente angular é, portanto, uma medida da inclinação da reta, ou seja o ângulo α que a reta faz com o eixo horizontal, de tal modo que $a = \text{tg}\,\alpha$
- **b** é chamado de coeficiente linear da reta, e seu valor corresponde ao ponto onde a reta intercepta o eixo vertical.



Observações:

- **Se a é positivo, a função é crescente**
- **Se a é negativo a função é decrescente**
- **Se b = 0 a função é do tipo f(x) = ax e passa pela origem (0,0)**
- **Se a = 0, a função é do tipo f(x) = b e representa uma constante pois para qualquer valor de x, y é sempre igual a b. Seu gráfico é uma reta paralela ao eixo horizontal (eixo x).**

<u>Determinação da função que passa por 2 pontos</u>

Conhecendo-se dois pontos distntos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) do plano cartesiano pode-se determinar a função de primeiro grau que passa por estes pontos calculando-se os coeficientes angular **a** e linear **b**.

- coeficiente angular: $$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

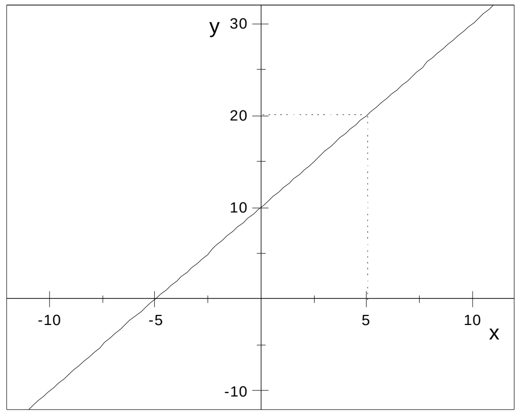
- coeficiente linear: é determinado pela substituição de qualquer um dos pontos dados na função.

Exercicios:

1) Determinar a função que passa pelos pontos
a) (1, 5) e (3, 9) b) (2, 8) e (4, 18) c) (-1, 16) e (3, 0) d) (-3, 1) e (2, -9)

e) $(10, 320)$ e $(50, 400)$ f) $(3, 9)$ e $(10, 30)$ g) $(1, 7)$ e $(5, 7)$

2) Considere o gráfico abaixo, determine qual é a função que ele representa.



<u>Exercícios de fixação</u>

1) Uma empresa fabrica uma peça cujo custo fixo é de R$ 5,00 e o custo total é dado de uma certa quantidade de peças produzidas é dado pela tabela:

Quantidade (em unidades)	Custo Total (em reais)
5	15
10	25
15	35
20	45
30	65
40	85
80	165

- Como se exprime, matematicamente o Custo total f(x) em função da quantidade de peças x produzidas?
- Qual é o custo total para produzir 120 peças?
- Qual é a quantidade produzida com um orçamento de R$ 305,00?

2) Uma empresa fabrica uma peça cujo custo fixo é de R$ 15,00 e o custo total é dado de uma certa quantidade de peças produzidas é dado pela tabela:

Quantidade (em unidades)	Custo Total (em reais)
5	30
10	45
15	60
20	75
30	105
40	135
80	255

a) Como se exprime, matematicamente o Custo total f(x) em função da quantidade de peças x produzidas?
b) Qual é o custo total para produzir 100 peças?

c) Qual é a quantidade produzida com um orçamento de R$ 615,00 ?

3) Considere a função f(x) = x + 2, determine o valor da função nos pontos x = - 1 e x = 3

4) Seja a função f(x) = x – 3 , calcular o valor da função quando x = 0 e x = 3

5) Seja a função g(t) = t^2 –2t, determine g(-1), g(1) e g(4)

6) Considere a função f(x) = $\sqrt{x}$, determine f(1), f(4) e f(25)

7) Seja a função $f(x)=\frac{1}{x}$ determine o valor da função quando x = 2, x = 0, x = 5

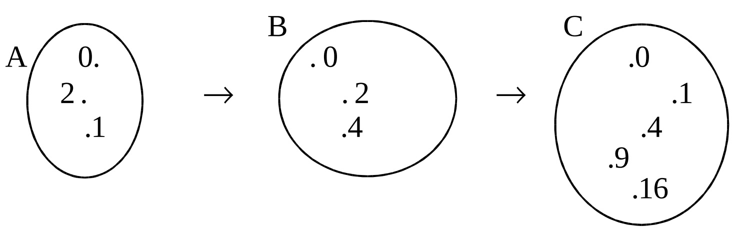
8) Seja a função f(x) = 2x – 12. Para qual valor de x, f(x) = 0?

9) Determinar o zero da função f(x) = 2x – 4

Função composta

Uma indústria produz máquinas agrícolas. Uma peça importada é usada em sua fabricação. Portanto, o custo **C** de cada máquina depende do preço ***p*** desta peça. Conseqüentemente, o custo é uma função do preço da peça, **C(*p*)**. Mas, como esta peça é importada, o seu preço depende da cotação do dólar ***x***. Assim, o preço da peça é uma função da cotação do dólar, ***p*(*x*)**. É possível, entretanto, determinar uma função que relacione diretamente o custo **C** unitário da máquina com a cotação do dólar ***x***, **C(*x*) = C[*p*(*x*)]**, chamada de função composta.

Exemplo.
Considere os conjuntos A = {0, 1, 2}, B = {0, 2, 4} e C = {0, 1, 4, 9, 16}. Sejam as funções $g: A \rightarrow B$ tal que g(x) = 2x e a função $f: B \rightarrow C$ tal que f(g) = g^2.



Será possível uma função que relaciona diretamente A e C?

Definição: Sejam duas funções f(g) e g(x) definidas em U = R. Define-se a função composta f[g(x)] como sendo o resultado da substituição da variável independente g em f pela função g(x).

Exemplos:
- Sejam f(g) = 2g e g(x) = x^2 definidas em U = R, determinar f[g(x)]
- Sejam f(g) = 2g + 3 e g(x) = x – 1 definidas em U =R, determinar f[g(x)]
- Sejam f(g) = g^2 – 2 e g(x) = 3x definidas em U =R, determinar f[g(x)]
- Sejam f(g) = 3g – 2 e g(x) = x^2 definidas em U =R, determinar f[g(x)]
- Sejam f(g) = 2g – 3 e g(x) = 5x + 2 definidas em U =R, determinar f[g(x)]

Exercícios de funções compostas

1) Numa empresa, o preço de venda de um produto depende do custo g de um componente importado segundo a função f(g) = 4g + 8,6. O preço do custo deste componente, por sua vez depende da taxa de câmbio x de acordo

com a função $g(x) = x + 0{,}6$. Escreva uma expressão algébrica que relaciona o preço de venda deste produto como função da taxa de câmbio x e determine o seu preço quando a taxa for US$ 1 = R$ 1, 8.

2) Num banco, a taxa mensal de remuneração de uma aplicação financeira é dada por $f(g) = g^2$, onde g é um parâmetro que depende da taxa básica de juros x de acordo com a função $g(x) = 1{,}2x$. Determine a função que relaciona a remuneração f como função da taxa básica de juros x e calcule a remuneração se esta taxa for de 0,13.

3) Numa empresa, o preço de custo de uma peça depende do custo g de um componente importado segundo a função $f(g) = 1{,}2g + 5{,}8$. O preço do custo deste componente, por sua vez depende da taxa de câmbio x de acordo com a função $g(x) = x + 2$. Determine:
a) uma expressão que relaciona diretamente o custo desta peça com a taxa de câmbio x;
b) determine o custo desta peça se a taxa de câmbio for US$ 1 = R$ 1,7;
c) determine a taxa de cambio para que o custo desta peça seja de R$ 10,84

4) Numa fábrica, o custo total de produção de q unidades de um produto é dado pela função $f(q) = 5q + 300$. A quantidade q de peças produzidas depende do número de horas trabalhadas x de acordo com a função $q(x) = 10x$. Determine:
a) uma expressão que relaciona diretamente o custo deste produto com o número de horas trabalhadas x
b) determine o custo total de produção deste produto depois de 5 horas de trabalho
c) Qual é a quantidade de peças produzida depois de 5 horas de trabalho?
d) Quando o custo de produção atinge R$ 1.300,00?