Roteiro D

Nome do aluno: _____ Número: _____

Período: _____ Grupo: _____

Revisão	
Tópicos	Tarefa
Revisão de Fatorial e Binômio de Newton;	<ul style="list-style-type: none"> - Pesquisar história do Fatorial e outros tipos de fatorial (wiki). - Pesquisar aplicações do Fatorial e do Binômio de Newton. O que é triângulo de Pascal? - Fazer exercícios da Lista 4.1; - Elaborar um exercício sobre fatorial e Binômio (entregar);
Revisão de Análise Combinatória (Arranjos, Permutações e Combinações);	<ul style="list-style-type: none"> - Pesquisar sobre Arranjos, Permutações e Combinações; - Fazer exercícios da Lista 4.2 - Elaborar exercícios sobre Análise Combinatória (entregar);
Reforço de Probabilidade e Teorema de Bayes	<ul style="list-style-type: none"> - Ler texto sobre existência de Deus e o Teorema de Bayes na página: http://ich.unito.com.br/52954 - Fazer exercícios da Lista 4.3 - Elaborar um exercício sobre Probabilidade e outro sobre Teorema de Bayes (entregar);

Parte das listas foram retiradas das páginas:

<http://pt.wikibooks.org>

<http://www.ime.usp.br/~mae116/>

<http://www.coladaweb.com/matematica/analise.htm>

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/medio.htm>

http://www.scipione.com.br/ap/didaticos/matematica_ensinomedio/

Lista 4.1

Fatorial e Binômio de Newton

1. Calcule:

a) $6!$ b) $3! + 2!$ c) $\frac{4!}{0!}$ d) $1! + 0!$

2. Simplifique:

a) $\frac{8!}{7!}$ b) $\frac{7! \cdot 9!}{8! \cdot 5!}$ c) $\frac{n!}{(n-3)!}$

3. Escreva os produtos empregando notação fatorial.

a) $19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
b) $200 \cdot 199 \cdot 198 \cdot \dots \cdot 63$
c) $(n+3)(n+2) \cdot (n+1) \cdot n(n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$
d) $(n-6)(n-7)(n-8)(n-9)$

4. Calcule:

a) $\binom{7}{1}$ b) $\binom{10}{1}$ c) $\binom{n}{1}$ d) $\binom{15}{0}$ e) $\binom{28}{0}$
f) $\binom{n}{0}$ g) $\binom{3}{3}$ h) $\binom{6}{6}$ i) $\binom{n}{n}$

5. Calcule:

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$$

Lista 2.2

Introdução a Análise Combinatória (Arranjos, Permutações e Combinações)

Permutações simples

1. De quantos modos distintos podemos colocar 3 livros juntos em uma estante de biblioteca?

Auxílio: $P(n)=n!$, $n=3$

Resposta: $N=1 \times 2 \times 3=6$

2. De quantos modos distintos 5 pessoas podem sentar-se em um banco de jardim com 5 lugares?

Auxílio: $P(n)=n!$, $n=5$

Resposta: $N=1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5=120$

3. Qual é o número possível de anagramas que se pode montar com as letras da palavra AMOR?

Auxílio: $P(n)=n!$, $n=4$

Resposta: $N=1 \times 2 \times 3 \times 4=24$

4. Quantos números com cinco algarismos podemos construir com os números ímpares 1,3,5,7,9.

Auxílio:

Resposta: $P(5)=120$.

5. Há 10 pessoas em um local, sendo 3 com camisas verdes, 3 com camisas amarelas, 2 com camisas azuis e 2 com camisas brancas. De quantos modos podemos perfilar todas essas 10 pessoas de modo que os grupos com as camisas de mesma cor fiquem juntos?

Auxílio: Temos 4 grupos de camisas, logo $P(4)$ posições para as equipes e os grupos podem permutar as suas posições, respectivamente, $P(3)$, $P(3)$, $P(2)$ e $P(2)$.

Resposta: $N=P(4) \times P(3) \times P(3) \times P(2) \times P(2)=3456$

Permutações com repetição

6. Quantos são os anagramas possíveis com as letras da palavra: ARARA?

Auxílio: A letra A aparece 3 vezes e a letra R aparece 2 vezes.

Resposta: $Pr(5;3+2)=5!/(3!2!)=10$

7. Qual é o número possível de anagramas que se pode montar com as letras da palavra ARARUNA?

Auxílio: $N=(p_1+p_2+p_3+p_4)!/(p_1!p_2!p_3!p_4!)$, $A=3$, $R=2$, $N=1$, $U=1$

Resposta: $N=7!/(3!2!1!1!)=420$

Combinações simples

10. Quantos grupos de 2 pessoas podem ser montados com 1000 pessoas?

Auxílio: $C=C(m,p)=m!/p!(m-p)!$, $m=1000$, $p=2$

Resposta: $C=1000!/(2!998!)=1000 \times 999=999000$

11. Quantas combinações com 4 elementos podem ser montadas com as 10 primeiras letras do alfabeto?

Conceito: Combinação

Auxílio: $C=C(m,p)=m!/p!(m-p)!$, $m=10$, $p=4$

Resposta: $C=10!/(4!6!)=(10 \times 9 \times 8 \times 7)/(1 \times 2 \times 3 \times 4)=210$

11. Quantas combinações com 4 elementos podem ser montadas com as 10 primeiras letras do alfabeto, de tal forma que sempre comecem pela letra A?

Auxílio: $C=C(m_1,p_1) \cdot C(m-m_1,p-p_1)$, $m=10$, $p=4$, $m_1=1$, $p_1=1$

Resposta: $C=C(1,1) \cdot C(9,3)=(1 \times 9 \times 8 \times 7)/6=84$

12. Em uma classe com 16 pessoas, há 10 homens e 6 mulheres. Consideremos H um certo homem e M uma certa mulher. Quantos grupos podemos formar:

- com 4 homens e 2 mulheres?
- contendo H mas não M?
- contendo M mas não H?
- contendo H e M?
- contendo somente H ou somente M?

Arranjos simples

13. Com as 26 letras do alfabeto: A,B,C,D,...,Z e os algarismos 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, quantas placas de carros podem ser escritas contendo 3 letras seguidas de 4 algarismos?

Auxílio: $A=A(m,p)=m!/(m-p)!$, $m=26$, $p=3$, $n=10$, $q=4$

Resposta: $A=(26!/23!).(10!/6!)=78624000$

14. Consideremos um baralho contendo 52 cartas distintas.

- Quantos pares distintos podem ser formados?
- Quantas trincas distintas podem ser formados?
- Quantas quadras distintas podem ser formados?
- Quantos pares distintos podem ser formados tendo pelo menos um "Ás"?
- Quantos pares distintas podem ser formados tendo pelo menos um "Ás" e um "Rei"?
- Quantas trincas distintas podem ser formados tendo pelo menos um "Ás"?
- Quantas trincas distintas podem ser formados tendo pelo menos um "Ás" e um "Rei"?

Lista 4.3

Probabilidade e Teorema de Bayes

Exercício 01 - Determine um possível espaço amostral para os experimentos descritos abaixo:

- Dois indivíduos são selecionados, um de cada vez ao acaso e sem reposição, de uma população contendo 45 indivíduos daltônicos e 162 não daltônicos. Observa-se se cada indivíduo selecionado é daltônico ou não.
- Três indivíduos são selecionados, um de cada vez ao acaso e com reposição, de uma população contendo 2 indivíduos diabéticos e 14 não diabéticos. Observa-se (1º) o estado de saúde: diabético ou não de cada indivíduo selecionado; (2º) o número de diabéticos na amostra selecionada; (3º) o número de não diabéticos na amostra selecionada.
- Uma família é selecionada de uma comunidade de famílias com três crianças, observando-se (1º) os sexos das crianças relativamente à ordem decrescente das idades; (2º) o número de meninas; (3º) o número de meninos.

Exercício 02 - Se $P(A \cup B) = 0,8$; $P(A) = 0,5$ e $P(B) = x$, determine o valor x no caso em que

- A e B são mutuamente exclusivos.
- A e B são independentes.

Exercício 03 - A tabela a seguir apresenta informações de alunos de uma universidade quanto às variáveis: Período, Sexo e Opinião sobre a Reforma agrária.

Período	Sexo	Opinião sobre reforma agrária		
		Contra	A favor	Sem opinião
Diurno	Feminino	2	8	2
	Masculino	8	9	8
Noturno	Feminino	4	8	2
	Masculino	12	10	1

Selecionando aleatoriamente um aluno dessa universidade, determine a probabilidade de escolhermos:

- Uma pessoa do sexo masculino e sem opinião sobre a reforma agrária.
- Uma mulher contrária à reforma agrária.
- Dentre os estudantes do noturno, um que seja a favor da reforma agrária.
- Uma pessoa sem opinião, sabendo-se que ela é do sexo feminino.

Exercício 04 - Uma classe de certo curso teve a seguinte distribuição das notas finais: 4 do sexo

masculino e 6 do feminino foram reprovados, 8 do sexo masculino e 14 do feminino foram aprovados. Para um aluno sorteado dessa classe, denote por M se o aluno escolhido for do sexo masculino e por A se o aluno foi aprovado. Calcule:

- (a) $P(A \cup M^c)$.
- (b) $P(A^c \cap M^c)$.
- (c) $P(A \mid M)$.
- (d) $P(M^c \mid A)$.
- (e) $P(M \mid A)$.

Exercício 05 - Uma urna contém 10 bolas verdes, 8 vermelhas, 4 amarelas, 4 pretas e cinco brancas, todas de mesmo raio. Uma bola é retirada ao acaso. Qual a probabilidade de a bola escolhida ser: a) não verde , b) não-branca ou vermelha ,c) vermelha ou preta d) verde ,vermelha ou amarela

Exercício 06 - Três parafusos e três porcas são colocados numa caixa. Se duas peças são retiradas aleatoriamente, encontre a probabilidade de uma ser parafuso e a outra porca.

Exercício 07 - Um dado é lançado. Se o número é ímpar, qual a probabilidade dele ser primo?

Exercício 08 - Três moedas não viciadas são lançadas. Se ocorrem caras e coroas, determine a probabilidade de ocorrer exatamente duas coroas.

Exercício 08 - Um par de dados é lançado. Se ocorrem números diferentes, encontre a probabilidade de a soma ser um número primo.

Exercício 09 - Uma urna tem 5 bolas verdes, 4 azuis e 5 brancas. Retiram-se 3 bolas com reposição. Qual a probabilidade de que no máximo duas sejam brancas?

Exercício 10 - Num supermercado há 2000 lâmpadas provenientes de 3 fábricas distintas X, Y, e Z. X produziu 500, das quais 400 são boas. Y produziu 700, das quais 600 são boas e Z as restantes, das quais 500 são boas. Se sortearmos ao acaso uma das lâmpadas, nesse supermercado, qual a probabilidade de que seja boa?

Exercício 11 - Considerando o exercício 48: Sendo a lâmpada escolhida DEFEITUOSA, qual a probabilidade que tenha sido produzida pela fábrica X?

Exercício 12 - Duas lâmpadas ruins são misturadas com duas lâmpadas boas. As lâmpadas são testadas uma a uma, até que duas ruins sejam encontradas. Qual a probabilidade de que a última ruim seja encontrada no: a) segundo teste b) terceiro teste c) quarto teste.

Exercício 13 - Em uma prova caíram dois problemas. Sabe-se que 132 alunos acertaram o primeiro problema , 86 erraram o segundo, 120 acertaram os dois e 54 acertaram apenas um problema. Qual a probabilidade de que um aluno, escolhido ao acaso:

- a) Não tenha acertado nenhum problema
- b) tenha acertado apenas o segundo problema
- c) tenha acertado a pelo menos um problema.

Exercício 15 - Um médico desconfia que um paciente tem um tumor no abdômen, pois isto ocorreu em 70% dos casos semelhantes que tratou. Se o paciente de fato tiver o tumor, o exame ultra-som o detectará com probabilidade 0,9. Entretanto, se ele não tiver o tumor, o exame pode, erroneamente, indicar que tem com probabilidade 0,1. Se o exame detectou um tumor, qual é a probabilidade de o paciente tê-lo de fato?

Exercício 16

Sabe-se que 50% dos ratos de uma certa linhagem são machos. Sabe-se também que 20% dos ratos machos dessa linhagem são portadores de um defeito genético que não ocorre em fêmeas.

- (a) Calcule a proporção de animais dessa linhagem portadores da anomalia genética.
- (b) Encontre a probabilidade de encontrarmos pelo menos 5 animais com esse defeito genético em uma ninhada com 25 animais.
- (c) Qual a probabilidade de encontrarmos no máximo 5 animais com esse defeito genético em uma ninhada com 75 animais?