

Distribuição Normal

1. **(2,0)** Problema: Seja $Z \sim N(0; 1)$, fazer gráfico e calcular:

$$\text{a) } P(Z \leq 1,35) = (0,5 + 0,4115) \\ = 0,9115$$

$$\text{b) } P(-1,51 \leq Z \leq 1,51) = 2*(0,4345) \\ = 0,8690$$

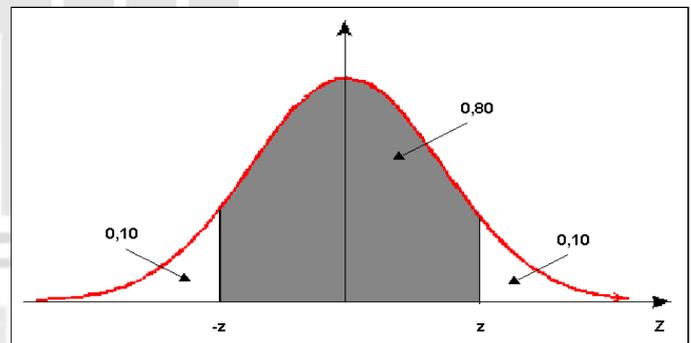
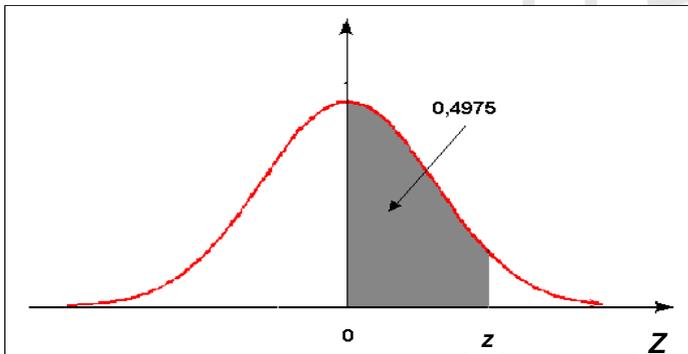
$$\text{c) } P(-1,51 \leq Z \leq -1,23) = 0,4345 - 0,3907 \\ = 0,0438$$

$$\text{d) } P(-2 > Z > 4) = (0,5 - 0,4772) + 0 \\ = 0,0228$$

2. **(1,0)** Encontrar, usando o gráfico e a tabela, o valor z da distribuição $N(0;1)$ tal que:

a) $P(0 < Z \leq z) = 0,4975$

b) $P(-z \leq Z \leq z) = 0,80$



a) $P(0 < Z \leq 2,85) = 0,4975$

b) $P(-1,28 < Z \leq 1,28) = 2*(0,3997) \\ = 0,7995$

3. (2,0) O tempo gasto no exame vestibular de uma universidade tem distri Normal, com média 180 min e desvio padrão 20 min.
- Sorteando um aluno ao acaso, qual é a probabilidade que ele termine o exame antes de 212,4 minutos
 - Qual deve ser o tempo de prova de modo a permitir que 90% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado?
 - Qual a probabilidade de sortearmos um aluno que demore entre 153 e 207 minutos para fazer a prova?
 - Qual é o intervalo central de tempo, tal que 90% dos estudantes gastam para completar o exame?

$$\begin{aligned} \text{Média } (\mu) &= 180 & z &= (x - \mu) / \sigma \\ \text{Desvio padrão } (\sigma) &= 20 \end{aligned}$$

	Valor de X	Valor de z	TABELA	RESPOSTA
a)	212,4	1,62	-0,4474	0,9474
b)	Valor de Área	Valor de z	FÓRMULA	RESPOSTA
	0,4	1,28	$x = \mu + z \cdot \sigma$	205,6
c)	Valor de X	Valor de z	RESPOSTA	
	153	-1,35	0,4115	0,8230
d)	Valor de Área	Valor de z	FÓRMULA	RESPOSTA
	0,45	1,64	$x = \mu + z \cdot \sigma$	212,8 147,2

4. (2,0) Em uma universidade, as notas dos alunos no curso de Estatística Aplicada à Gestão distribuem-se de acordo com uma distribuição normal com média 6 e desvio padrão 1,5. O professor atribuirá conceitos A, B, C e R da seguinte forma:

Média = 6
Desvio padrão = 1,5

Nota (X)	Conceito	Valor de X	Valor de z	TABELA	RESPOSTA
$3 > x$	R	3	-2,00	0,4772	0,0228
$6 > x \geq 3$	REC	6	0,00	0,0000	0,4772
$7 > x \geq 6$	C	7	0,67	0,2475	0,2475
$9 > x \geq 7$	B	9	2,00	0,4772	0,2297
$x \geq 9$	A				0,0228

5. (2,0) Uma empresa produz televisores de LED de 3 tipos, tipo A (super luxo), tipo B (luxo) e tipo C (comum), e garante a restituição da quantia paga se qualquer televisor apresentar defeito grave no prazo de seis meses. O tempo para ocorrência de algum defeito grave nos televisores tem distribuição normal, com médias de 24 meses, 12 meses e 9 meses respectivamente para os televisores do tipo A, B e C. Nos três modelos, o desvio padrão é de 3 meses. Os televisores de tipo A, B e C são produzidos com lucro de R\$ 3.000,00, R\$ 2.000,00 e R\$ 1.000,00, respectivamente. Caso haja necessidade de restituição, além do valor da devolução temos envolvido os custos da logística reversa e do encaminhamento final do televisor (conserto ou descarte), e neste casos temos um prejuízo de R\$ 10.000,00 R\$ 8.000,00 e R\$ 3.000,00, respectivamente para os televisores do tipo A, B e C.

- Calcule as probabilidades de haver restituição nos televisores do tipo A, do tipo B e do tipo C;
- Calcule o lucro médio para os televisores do tipo A, para os televisores do tipo B e para os televisores do tipo B;

Tipo	Média	Dp	Lucro	Restituição
A	24	3	R\$ 2.500,00	R\$ 6.000,00
B	12	3	R\$ 1.500,00	R\$ 4.000,00
C	9	3	R\$ 700,00	R\$ 1.000,00

- a) Calcule as probabilidades de haver restituição nos televisores do tipo A, do tipo B e do tipo C;

Tipo	z	Probabilidade
A	-6	0,00000001
B	-2	0,0227501319
C	-1	0,1586552539

- b) Calcule o lucro médio para os televisores do tipo A, para os televisores do tipo B e para os televisores do tipo B;

Tipo	Lucro	Restituição	Lucro Médio
A	R\$ 2.500,00	R\$ 0,00	R\$ 2.500,00
B	R\$ 1.500,00	R\$ 91,00	R\$ 1.409,00
C	R\$ 700,00	R\$ 158,66	R\$ 541,34

Teste de Hipótese

Observação: As questões extras referem-se a parte de aproximação normal e nestes casos devem ser resolvidas usando a tabela de distribuição normal.

6. **(2,0)** No ano de 2001 foi feita uma pesquisa em uma estância turística e constatou-se que apenas 60% dos visitantes estavam satisfeitos com a infraestrutura oferecida. Com o intuito de aumentar essa proporção a prefeitura fez algumas melhorias na cidade e depois de um ano, resolveu verificar se as mesmas produziram o efeito desejado. Para isso entrevistou 50 turistas.
- Formule esse problema como um problema de teste de hipóteses.
 - Quais são os significados dos erros tipo I e tipo II?
 - Qual é a região crítica para um nível de significância de 10%?
 - Se 15 dos 50 turistas entrevistados estavam satisfeitos com a infraestrutura oferecida, qual é a sua conclusão?

$$p = 0,6$$

$$n = 50$$

k	P(X=k)	P(X ≥ k)
15	0,00%	100,00%
16	0,00%	100,00%
17	0,01%	99,99%
18	0,03%	99,98%
19	0,09%	99,95%
20	0,20%	99,86%
21	0,43%	99,66%
22	0,84%	99,24%
23	1,54%	98,40%
24	2,59%	96,86%
25	4,05%	94,26%
26	5,84%	90,22%
27	7,78%	84,38%
28	9,59%	76,60%
29	10,91%	67,01%
30	11,46%	56,10%
31	11,09%	44,65%
32	9,87%	33,56%
33	8,08%	23,69%
34	6,06%	15,61%
35	4,15%	9,55%
36	2,60%	5,39%
37	1,47%	2,80%
38	0,76%	1,32%
39	0,35%	0,57%
40	0,14%	0,22%
41	0,05%	0,07%
42	0,02%	0,02%
43	0,00%	0,00%

a) **p : proporção de visitantes satisfeitos com a infraestrutura oferecida**

Hipótese Nula H : p = 0,60

Hipótese Alternativa A : p > 0,60

b) Afirmar que a proporção de visitantes satisfeitos com a infraestrutura oferecida é maior que 0,60 quando, na verdade, ela é 0,60 (**Erro tipo I: Rejeitar H quando H é verdadeira**) ou afirmar que a proporção de visitantes satisfeitos com a infraestrutura oferecida é 0,60 quando, na verdade, ela é maior que 0,60 (**Erro tipo II: Não rejeitar H quando H é falsa**).

c) **Para termos uma significância de 0,10 precisamos que P(X ≥ 35), ou seja, teremos uma significância de 0,0955 (9,55%), assim: RC = {X ≥ 35}**

d) **Como k_{observado} = 37 pertence à Região Crítica, logo rejeitamos a hipótese nula H.**

7. **(2,0)** Suponha que as drogas usuais para leucemia provoquem efeitos colaterais em 60% dos pacientes. Um laboratório consegue eliminar de certo medicamento um radical acetil, com isso considera estar diante de uma nova droga com o mesmo poder de cura, mas com menor atividade indesejável. O laboratório espera, portanto, que a proporção de indivíduos com efeitos adversos tratados com essa nova droga seja menor do que com as drogas usuais. O laboratório resolve testar essa armação, aplicando a nova droga a alguns pacientes.
- Formule este problema como um problema de testes de hipóteses.
 - Interprete os erros de tipo I e de tipo II.
 - O laboratório conseguirá testar a nova droga em 50 pacientes. Para este tamanho de amostra, construa a região crítica correspondente ao nível de significância igual a 9%. Use a região crítica construída para dar resposta correspondente ao resultado "9 das 50 pessoas testadas apresentaram o efeito colateral".

$$p = 0,6$$

$$n = 50$$

k	P(X=k)	P(X ≤ k)
15	0,00%	0,00%
16	0,00%	0,01%
17	0,01%	0,02%
18	0,03%	0,05%
19	0,09%	0,14%
20	0,20%	0,34%
21	0,43%	0,76%
22	0,84%	1,60%
23	1,54%	3,14%
24	2,59%	5,73%
25	4,05%	9,78%
26	5,84%	15,62%
27	7,78%	23,40%
28	9,59%	32,99%
29	10,91%	43,90%
30	11,46%	55,35%
31	11,09%	66,44%
32	9,87%	76,31%
33	8,08%	84,39%
34	6,06%	90,45%
35	4,15%	94,60%
36	2,60%	97,20%
37	1,47%	98,67%
38	0,76%	99,43%
39	0,35%	99,78%
40	0,14%	99,92%
41	0,05%	99,98%
42	0,02%	99,99%
43	0,00%	100,00%

a) **p** : proporção de visitantes satisfeitos com a infraestrutura oferecida

Hipótese Nula H : $p = 0,60$

Hipótese Alternativa A : $p < 0,60$

b) Afirmar que a proporção de indivíduos com efeitos adversos tratados com a nova droga seja menor do que 0,60 quando, na verdade, ela é 0,60 (Erro tipo I: Rejeitar H quando H é verdadeira) ou afirmar que a proporção de indivíduos com efeitos adversos tratados com a nova droga seja de 0,60 quando, na verdade, ela é menor que 0,60 (**Erro tipo II: Não rejeitar H quando H é falsa**).

c) Para termos uma significância de 0,10 precisamos que $P(X \leq 24)$, ou seja, teremos uma significância de 0,0573 (5,73%), assim: $RC = \{X \leq 24\}$

d) Como "9 das 50 pessoas testadas apresentaram o efeito colateral" pertence à Região Crítica, logo rejeitamos a hipótese nula H.