

Nome: \_\_\_\_\_ PERÍODO: DIURNO nº \_\_\_\_\_

**- Probabilidade Básica -**

1. **(1.0 Ponto)** Em uma única jogada de um dado honesto qual a probabilidade de se obter:

- |                                  |    |                    |      |
|----------------------------------|----|--------------------|------|
| a) um número par;                | a) | $P(k=\text{par})=$ | 50%  |
| b) um número menor do que 3;     | b) | $P(k < 3)=$        | 33%  |
| c) um número maior ou igual a 3; | c) | $P(k > 2)=$        | 67%  |
| d) um número menor do que 10.    | d) | $P(k < 10)=$       | 100% |

2. **(1.5 Ponto)** A Secretaria de Saúde de determinado estado reporta uma série de dados sobre a incidência do vírus HIV na população considerada de risco. Com base nesses resultados tabulamos os dados de 10000 pessoas do grupo de risco.

Amostra Extraída da População de Risco		
Resultado do Teste de HIV	Positivo	Negativo
Infectedo pelo vírus HIV	900	50
Não-infectedo pelo vírus HIV	300	8750
	1200	8800
		950
		9050
		10000

- |    |     |
|----|-----|
| a) | 10% |
| b) | 95% |
| c) | 3%  |

- a) Escolhida aleatoriamente uma pessoa da população de risco, qual é a probabilidade de estar infectada com o vírus HIV?
- b) Escolhida aleatoriamente uma pessoa da população de risco, qual é a probabilidade de seu teste ser positivo sabendo-se que ela esta infectada com HIV?
- c) Escolhida aleatoriamente uma pessoa da população de risco, qual é a probabilidade de seu teste ser positivo sabendo-se que ela não está infectada com HIV?

**-Teorema de Bayes -**

**(ESCOLHA SOMENTE UM DOS EXERCÍCIOS ABAIXO)**

3. **(1.0 Ponto)** Considerando o problema anterior, use as respostas estendendo estes resultados para toda população e responda usando a teoria de Bayes, determine a probabilidade de uma pessoa ter o vírus HIV, dado que seu teste de HIV foi positivo.

Probabilidade	TER	NÃO TER	
A priori	0,1	0,9	
Condicionada	0,95	0,03	
<b>Normalização</b>	0,095	0,027	<b>0,122</b>
A posteriori	<b>0,7787</b>	<b>0,2213</b>	

4. **(1.0 Ponto)** Um supermercado vende lâmpadas provenientes de 3 fábricas distintas I, II e III. Sabemos que a fábrica I fornece 40% das lâmpadas, enquanto as fabricas II e III fornecem 30% cada uma. As probabilidades de que as lâmpadas produzidas por estas fábricas apresentem defeito é de 0,01, 0,04 e 0,03, respectivamente. Escolhida uma lâmpada aleatoriamente, sabendo que a lâmpada escolhida é DEFEITUOSA, qual a probabilidade que tenha sido produzida pela fabrica I?

Probabilidade	Fábrica I	Fábrica II	Fábrica III	
A priori	0,4	0,3	0,3	
Condicionada	0,01	0,04	0,03	
Normalização	0,004	0,012	0,009	<b>0,025</b>
<b>A posteriori</b>	<b>0,16</b>	<b>0,48</b>	<b>0,36</b>	

5. **(1.0 Ponto)** Um Banco fez uma revisão de sua politica de cartões de crédito, objetivando cancelar alguns contratos. No passado 5% dos detentores de cartão tornam-se inadimplentes e que entre os clientes que não tornaram-se inadimplentes, 20% destes atrasam um pagamento mensal. Obviamente um cliente inadimplente virá a atrasar um pagamento mensal com 100% de chances.

- a) Dado um cliente que tenha deixado de atrasar um ou mais pagamentos, qual a probabilidade que torne-se inadimplente.  
b) O banco pretende cancelar o cartão de crédito de um cliente se existir mais do que 20% deste tornar-se inadimplente. O banco deveria cancelar o cartão se um cliente deixar de pagar uma conta?

	Probabilidade	Inadimplente	Adimplente	
ATRASOU	A priori	0,05	0,95	
	Condicionada	1	0,2	
	<b>Normalização</b>	0,05	0,19	<b>0,24</b>
	A posteriori	<b>0,2083</b>	<b>0,7917</b>	

**O Banco deve cancelar o cartão!**

**- Distribuição de Poisson -**

$$P(X=k) = \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!}$$

6. **(1.5 Ponto)** A experiência passada indica que um número médio de pacientes que buscam uma certa UBS é de 5 (cinco) pacientes por hora.
- Qual é a probabilidade de 6 pacientes chegarem em qualquer hora?
  - Qual é a probabilidade de pelo menos 2 pacientes chegarem em qualquer hora?
  - Sabendo que a UBS atende a demanda de pacientes somente no horário da manhã (7:00 às 11:00), e no restante do dia atende somente agendamentos prévios, determine qual é a probabilidade de 19 pacientes chegarem neste primeiro período do dia (7:00 às 11:00)?

$\mu = 5$	a) $P(k=6)=$	<b>0,1462</b>
$\mu = 5$	b) $P(k>1)=$	<b>0,9596</b>
	$P(k=0)=$	0,0067
	$P(k=1)=$	0,0337
$\mu = 20$	b) $P(k=19)=$	<b>0,0888</b>

7. **(2.0 Ponto)** A experiência passada mostra que 3% das lâmpadas incandescentes produzidas numa fábrica são defeituosas. Encontre a probabilidade de mais que uma lâmpada numa amostra aleatória de 30 lâmpadas sejam defeituosas, usando:

- A distribuição Binomial
- A distribuição de Poisson.

a) A distribuição Binomial	$n = 30$	b) $P(k>2)=$	<b>0,2269</b>
	$p = 0,03$	$P(k=0)=$	0,4010070685
	$q = 0,97$	$P(k=1)=$	0,3720684141

b) A distribuição de Poisson	$\mu = 0,9$	b) $P(k>2)=$	<b>0,2275</b>
		$P(k=0)=$	0,4065696597
		$P(k=1)=$	0,3659126938

**- Distribuição Binomial -**

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{(n-k)} \text{ onde temos o Binômio de Newton: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

8. **(1.5 Ponto)** Sabe-se que 60% dos bebês que nascem na região sudeste são portadores de icterícia, uma pigmentação amarelada na pele que tende a desaparecer nas primeiras semanas de vida. Contudo 10% dos casos de icterícia devem ser tratados. Em 10 nascimentos escolhidos aleatoriamente, na região sudeste, qual a probabilidade de:

a) Nenhum precisar de tratamento?	n= 10	P(k=0)=	<b>0,5386</b>	53,9%
b) Apenas uma precisar do tratamento?	p= 0,06	P(k=1)=	<b>0,3438</b>	34,4%
c) Ao menos três precisarem do tratamento?	q= 0,94	P(k=2)=	<b>0,0988</b>	9,9%
		P(k>1)=	<b>0,0188</b>	1,9%

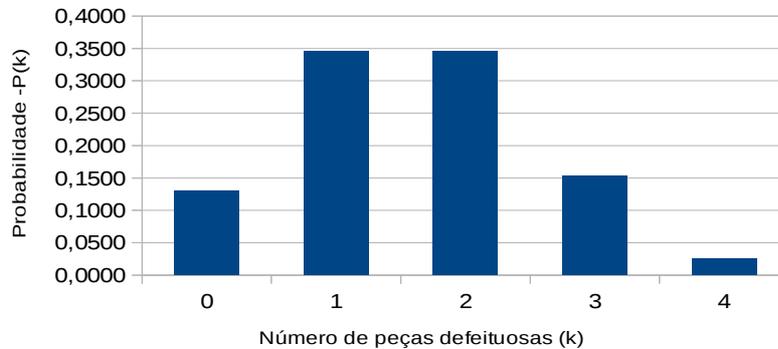
9. **(2.0 Ponto)** Calcule e trace o gráfico da distribuição de probabilidade para uma amostra de 4 itens tomada aleatoriamente de um processo de produção sabido produzir 40% de itens defeituosos .

n= 4  
p= 0,4  
q= 0,60

Peças defeituosas em lote de quatro peças

Gráfico de densidade de Probabilidade

k	P(k)
0	<b>0,1296</b>
1	<b>0,3456</b>
2	<b>0,3456</b>
3	<b>0,1536</b>
4	<b>0,0256</b>



10. **(2.0 Ponto)** Um mecânico sabe por experiência que 96% das peças que utiliza no serviço são perfeitas. Se um determinado serviço de reparo exige 20 dessas peças. Responda qual a probabilidade dele não realizar o serviço se tiver, para fazer o serviço de reparo:

a) somente 20 peças	p= 0,96	a) n= 20	P(k<20)=	<b>0,5580</b>	0,5580
b) somente 21 peças	q= 0,04	b) n= 21	P(k=21)=	0,4243	0,4243
			P(k=20)=	0,3713	0,3713
			P(k<20)=	<b>0,2044</b>	0,2044