SOBRE A ELECTRODINÂMICA DOS CORPOS EM MOVIMENTO *

Como é sabido, a Electrodinâmica de Maxwell — tal como actualmente se concebe — conduz, na sua aplicação a corpos em movimento, a assimetrias que não parecem ser inerentes aos fenómenos. Consideremos, por exemplo, as acções electrodinâmicas entre um íman e um condutor. O fenómeno observável depende aqui ùnicamente do movimento relativo do condutor e do íman, ao passo que, segundo a concepção habitual, são nìtidamente distintos os casos em que o móvel é um, ou o outro, destes corpos. Assim, se for móvel o íman e estiver em repouso o condutor, estabelecer-se-á em volta do íman um campo eléctrico com um determinado conteúdo energético, que dará origem a uma corrente eléctrica nas regiões onde estiverem colocadas porções do condutor. Mas se é o íman que está em repouso e o condutor que está em movimento, então, embora não se estabeleça em volta do íman nenhum campo eléctrico, há no entanto uma força electromotriz que não corresponde a nenhuma energia, mas que dá lugar a correntes eléctricas de grandeza e comportamento iguais às que tinham no primeiro caso as produzidas por forças eléctricas — desde que, nos dois casos considerados, haja identidade no movimento relativo.

---

* Reproduzido de Ann. d. Phys. 17 (1905).

Exemplos deste género, assim como o insucesso das experiências feitas para constatar um movimento da Terra em relação ao meio luminífero («Lichtmedium») levam à suposição de que, tal como na Mecânica, também na Electrodinâmica os fenómenos não apresentam nenhuma particularidade que possa fazer-se corresponder à ideia de um repouso absoluto. Pelo contrário, em todos os sistemas de coordenadas em que são válidas as equações da mecânica, também são igualmente válidas leis ópticas e electrodinâmicas da mesma forma — o que, até à primeira ordem de aproximação, já está demonstrado *. Vamos erguer à categoria de postulado esta nossa suposição (a cujo conteúdo chamaremos daqui em diante «Princípio da Relatividade»); e, além disso, vamos introduzir o postulado — só aparentemente incompatível com o primeiro — de que a luz, no espaço vazio, se propaga sempre com uma velocidade determinada, independente do estado de movimento da fonte luminosa. Estes dois postulados são suficientes para chegar a uma electrodinâmica de corpos em movimento, simples e livre de contradições, baseada na teoria de Maxwell para corpos em repouso. A introdução de um «éter luminífero» revelar-se-á supérflua, visto que na teoria que vamos desenvolver não necessitaremos de introduzir um «espaço em repouso absoluto», nem de atribuir um vector velocidade a qualquer ponto do espaço vazio em que tenha lugar um processo electromagnético.

Essa teoria vai apoiar-se — como qualquer outra Electrodinâmica — na cinemática do corpo sólido rígido, uma vez que as proposições de uma teoria deste género consistem

* O trabalho de H. A. Lorentz anteriormente reproduzido não era ainda conhecido do autor.

na afirmação de relações entre corpos rígidos (sistemas de coordenadas), relógios e processos electromagnéticos. A insuficiente atenção a este facto é a raiz das dificuldades com que presentemente se defronta a electrodinâmica dos corpos em movimento.

I. Parte Cinemática

§ 1. Definição de simultaneidade

Consideremos um sistema de coordenadas em que sejam válidas as equações da Mecânica de Newton *. Chamar-lhe-emos «sistema em repouso», para verbalmente o distinguirmos dos sistemas de coordenadas que mais tarde vamos introduzir, e para precisar ideias. Se um ponto material estiver em repouso em relação a este sistema de coordenadas, a sua posição em relação a ele pode determinar-se mediante o emprego de réguas rígidas e a utilização de métodos da geometria euclidiana, e pode exprimir-se em coordenadas cartesianas.

Se quisermos descrever o *movimento* de um ponto material, não teremos mais do que dar o valor das suas coordenadas em função do tempo. Mas devemos agora ter em atenção que uma tal descrição matemática só tem sentido físico se definirmos claramente o que aqui se entende por «tempo». Temos que ter em conta que todas as nossas apreciações em que intervém o tempo são sempre apreciações sobre *acontecimentos simultâneos*. Quando eu digo, por exemplo: «aquele comboio chega aqui às 7 horas», isto significa: «a indicação 7 dada pelo ponteiro pequeno do meu reló-

* Deve entender-se: «válidas em primeira aproximação».

gio e a chegada do comboio são acontecimentos simultâneos» *.

Poderia parecer que todas as dificuldades em que tropeça a definição de «tempo» poderiam ser eliminadas se, em vez de tempo, eu dissesse «posição do ponteiro pequeno do meu relógio»; uma tal definição satisfaz, de facto, quando se trata de definir «tempo» exclusivamente para o lugar em que se encontra colocado o relógio; mas a definição já não basta quando se pretenda estabelecer uma relação temporal entre séries de acontecimentos que se desenrolam em lugares diversos, ou — o que equivale ao mesmo — quando se trata de localizar no tempo acontecimentos que se produzem longe do relógio.

Poderíamos, é certo, contentar-nos com uma ordenação temporal dos acontecimentos, feita por meio de um observador colocado na origem das coordenadas e munido de um relógio. Este observador receberia os sinais luminosos enviados através do espaço vazio por cada um desses acontecimentos, e ordenaria estes segundo as indicações dadas pelo relógio à chegada dos respectivos sinais.

Mas uma tal coordenação tem a desvantagem de não ser independente da localização do observador, como mostra a experiência. Chegaremos a um processo de determinação muito mais prático através da consideração seguinte.

Se num ponto A do espaço estiver situado um relógio, torna-se possível para um observador que também aí se encontre determinar temporalmente os acontecimentos da vizinhança imediata de A, bastando-lhe para isso recorrer a posições do ponteiro do relógio que sejam simultâneas a tais acontecimentos. Se no ponto B do espaço também se encontrar um relógio que seja — importa acentuá-lo — um «relógio de funcionamento idêntico ao relógio de A», também um observador colocado em B poderá fazer a determinação temporal dos acontecimentos que ocorram na vizinhança imediata de B. Mas não é possível, se não se estabelecerem ulteriores condições, fazer a comparação temporal de um acontecimento em A com um acontecimento em B: até agora temos apenas um «tempo A» e um «tempo B», mas não definimos um «tempo» comum a A e B. Este tempo pode ser definido agora, se estabelecermos *como definição* que o tempo de que a luz necessita para ir de A até B é igual ao tempo de que ela necessita para ir de B até A. Isto é: se um raio de luz partir de A para B no instante t_A do «tempo A», se reflectir em B, na direcção de A, no instante t_B do «tempo B», e chegar de novo a A no instante t_A' do «tempo A», então diremos, por definição, que os dois relógios funcionam em sincronismo se

$$t_B - t_A = t'_A - t_B.$$

Admitiremos que esta definição de sincronismo se pode aplicar, sem conduzir a contradições, a um número arbitrário de pontos, sendo assim universalmente válidas as seguintes relações:

1. Se o relógio em B é síncrono com o relógio em A, também o relógio em A é síncrono com o relógio em B.
2. Se o relógio em A é síncrono com o relógio em B e também com o relógio em C, então os relógios em B e C são síncronos entre si.

Estabelecemos assim por meio de certas experiências físicas (idealizadas) o que se deve entender por sincronismo de relógios situados em repouso em lugares diferentes. É evi-

* A inexactidão que há no conceito da simultaneidade de dois acontecimentos que se produzem (aproximadamente) no mesmo lugar, e que também tem de ser resolvida por uma abstracção, não será discutida aqui.

dente que se obtém deste modo uma definição para os conceitos de «simultâneo» e de «tempo». «Tempo» de um acontecimento será então a indicação, simultânea desse acontecimento, que é fornecida por um relógio que satisfaz às seguintes condições: está colocado em repouso, no local do acontecimento; é síncrono de um outro relógio em repouso, mantendo-se esse sincronismo em todas as determinações de tempo. Admitiremos ainda, em concordância com a experiência, que a grandeza

$$\frac{2\,\overline{AB}}{t'_A - t_A} = V$$

é uma constante universal (velocidade da luz no espaço vazio).

É essencial o facto de termos definido o tempo por meio de relógios em repouso num sistema em repouso.

Por causa desta relação com o sistema em repouso, chamaremos ao tempo assim definido «tempo do sistema em repouso».

§ 2. *Sobre a relatividade de comprimentos e tempos*

As reflexões que se seguem apoiam-se no princípio da relatividade e no princípio da constância da velocidade da luz, que vamos definir da seguinte maneira:

1. As leis segundo as quais se modificam os estados dos sistemas físicos são as mesmas, quer sejam referidas a um determinado sistema de coordenadas, quer o sejam a qualquer outro que tenha movimento de translação uniforme em relação ao primeiro.

2. Qualquer raio de luz move-se no sistema de coordenadas «em repouso» com uma velocidade determinada V,

que é a mesma, quer esse raio seja emitido por um corpo em repouso, quer o seja por um corpo em movimento. Aqui

$$\text{velocidade} = \frac{\text{percurso efectuado pela luz}}{\text{intervalo de tempo}},$$

onde «intervalo de tempo» deve ser entendido no sentido fixado na definição 1.

Considere-se uma haste rígida em repouso; seja l o seu comprimento, medido com uma régua que está igualmente em repouso. Suponhamos agora que o eixo da haste coincide com o eixo X do sistema de coordenadas em repouso, e que se dá à haste um movimento uniforme de translação de velocidade v, ao longo do eixo X, no sentido de x crescente. Procuremos determinar o comprimento da haste *em movimento*, imaginando para isso as duas operações seguintes:

a) O observador acompanha no seu movimento a haste que pretende medir, levando consigo a régua anteriormente mencionada, e mede directamente o comprimento da haste sobrepondo-lhe a régua, exactamente como se haste, observador e régua estivessem em repouso.

b) O observador determina quais são os pontos do sistema em repouso que coincidem no instante t com a origem e a extremidade da haste, empregando para isso relógios síncronos, situados, em repouso, no sistema em repouso, de acordo com o que foi dito no § 1. A distância entre estes dois pontos, medida com a régua já utilizada, mas agora em repouso, é igualmente um comprimento, que se pode designar por «comprimento da haste».

De acordo com o princípio da relatividade, deve o comprimento que se encontrar na operação *a*), e que vamos designar por «comprimento da haste no sistema móvel», ser igual ao comprimento l da haste em repouso.

O comprimento que se vai encontrar na operação *b*), e que vamos designar por «comprimento da haste (móvel) no sistema em repouso», vai calcular-se tomando como base os nossos dois princípios; e vamos chegar à conclusão de que ele não é igual a *l*.

A cinemática usual admite tàcitamente que os comprimentos determinados com as duas referidas operações são exactamente iguais, ou, por outras palavras, que um corpo rígido em movimento no instante t, é inteiramente equivalente, do ponto de vista geométrico, ao *mesmo* corpo considerado *em repouso*, numa determinada posição.

Imaginemos agora que aos dois extremos (A e B) da haste estão ligados relógios, e que estes relógios são síncronos dos relógios do sistema em repouso, isto é, dão indicações que estão de acordo, em cada instante, com o «tempo do sistema em repouso» nos locais em que se encontram, sendo assim «síncronos no sistema em repouso».

Imaginemos ainda que junto de cada relógio se encontra um observador que o acompanha durante o movimento, e que estes observadores aplicam a ambos os relógios o critério de funcionamento síncrono de dois relógios que foi estabelecido no § 1.

Suponhamos que um raio de luz sai de A no instante t_A*, se reflecte em B no instante t_B e volta a A no instante t'_A. Tendo em vista a constância da velocidade da luz, encontramos:

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{V - v} \quad \text{e} \quad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{V + v},$$

* «Instante» significa aqui «valor instantâneo do tempo do sistema em repouso» e também «posição instantânea do ponteiro do relógio móvel que se encontra no local em questão».

onde r_{AB} representa o comprimento da haste móvel medida no sistema em repouso. Os observadores em movimento com a haste móvel verificariam assim que os dois relógios não funcionavam em sincronismo, ao passo que um observador que se encontrasse num sistema em repouso diria que os dois relógios eram síncronos.

Vemos deste modo que não podemos atribuir ao conceito de simultaneidade um significado *absoluto* e que, pelo contrário, dois acontecimentos que são simultâneos quando apreciados num determinado sistema de coordenadas já não podem ser considerados como tal quando apreciados num sistema que se move em relação ao primeiro.

§ 3. Teoria de transformação das coordenadas e do tempo na passagem de um sistema em repouso para outro que está animado em relação ao primeiro de uma translação uniforme

Consideremos no espaço «em repouso» dois sistemas de coordenadas, isto é, dois sistemas de três linhas materiais, rígidas, perpendiculares entre si, e tendo a sua origem comum num determinado ponto. Suponhamos que os eixos X dos dois sistemas são coincidentes e que os eixos Y e Z são respectivamente paralelos. Imaginemos cada sistema munido de uma régua rígida e de um certo número de relógios, e admitamos que as duas réguas e todos os relógios dos dois sistemas são entre si rigorosamente idênticos.

Comuniquemos agora à origem de um dos dois sistemas (k) uma velocidade (constante) no sentido do x crescente do outro sistema (K), o qual continua em repouso. Essa velocidade comunicar-se-á também aos eixos de coordenadas, à respectiva régua de medida e aos relógios. A cada instante t do sistema em repouso K corresponde então uma