MAT 3210 - Lista de Exercícios

1. Determine o polinômio de Taylor de grau n, com resto de Lagrange, em x = a para cada uma das funções abaixo:

   a) $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$; a = 1, n = 3

   b)$f(x) = cosh(x)$; a = 0 , n = 4

   c)$f(x) = \sqrt{x}$; a = 4 , n = 4

   d)$f(x) = ln(x + 3)$; a = -2 , n = 3

   e)$f(x) = (1 - x)^{\frac{-1}{2}}$; a = 0 , n = 3

2. Calcule o valor de e^2, exato até a quinta casa decimal e prove que sua resposta tem a precisão pedida.

3. Qual é o erro que se comete ao se substituir $\sqrt{1 + x}$ por $1 + \frac{1}{2}x$, para $0 < x < 0,01$?

4. Use a fórmula de Taylor para expressar o polinômio $P(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ como polinômio em potências de 1 - x.

5. Resolva as seguintes integrais indefinidas:

   a) $\int x^4.(5 - x^5)dx$

   b) $\int(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})dx$

   c) $\int(3sen(x) - 4cos(t))dt$

   d) $\int \frac{sen(x)}{cos(x)^2}dx$

   e) $\int(2cotg(x)^2 - 3tg(x)^2)dx$

   f) $\int(5tg(x) - \frac{4cos(x)^2)}{cos(x)})dx$

6. A inclinação da reta tangente num ponto (x , y) de uma curva é $3\sqrt{x}$. Se o ponto (9 , 4) está na curva, determine sua equação.

7. Uma obra de arte foi comprada por 10000 reais. Sabendo o valor V desta obra tem taxa de variação dada por $\frac{dV}{dt} = 5t^{\frac{1}{2}} + 10t + 5$ nos próximos 6 anos, qual será o valor da obra daqui a 5 anos?

8. É verdade que $F(x) = |x|$ é uma integral indefinida da função $f(x) = -1$, se $x < 0$, $f(x) = 0$, se $x = 0$ e $f(x) = 1$ se $x > 0$?

9. A função f(x) = n se $n \leq x < n+1$, com $n \in Z$, não é contínua, mas tem uma integral F tal que F(0) = 0 . Determine F e esboce o seu gráfico.

10. Use o método da mudança de variáveis para resolver as seguintes integrais indefinidas:

    a) $\int \sqrt{1-4x}dx$

    b) $\int x(3x^2+7)^9dx$

    c) $\int sec(5t)^2dt$

    d) $\int ucosec(3u^2).cotg(3u^2)du$

    e)$\int sen(x).sen(cos(x))dx$

    f) $\int (sen(2x)\sqrt{2-2cos(2x)})dx$

    g) $\int (x^5+2)log(x^6+12x+7)dx$

    h) $\int x^3.7^{(x^4+3)}dx$

11. O volume de um balão cresce de acordo com a fórmula $\frac{dV}{dt} = \sqrt{t+1} + \frac{2}{3}t$, onde Vcm^3 é o volume. Se V = 33 quando t = 3, determine V.

12. Use o método da integração por partes para resolver as seguintes integrais:

    a) $\int xe^{3x}dx$

    b) $\int x3^xdx$

    c) $\int x^2ln(x)dx$

    d) $\int sen(ln(x))dx$

    e) $\int arctg(\sqrt{x})dx$

    f) $\int \frac{sen(2x)}{e^x}dx$

    g) $\int x^2senh(x)dx$

    h) $\int cos(\sqrt{x})dx$

    i) $\int xsec(x)tg(x)dx$

    j) $\int ln(x)dx$

    k) $\int (ln(x))^2dx$

    l) $\int xarctg(x)dx$

m) $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2}dx$

n) $\int x^5 e^{x^2} dx$

o) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^x}}dx$

13. Calcule:

a) $\int sen^5(x)dx$

b) $\int cos^3(x)dx$

c) $\int sen(5x)cos(3x)dx$

d) $\int sen^2(x)cos^3(x)dx$

e) $\int \sqrt{cos(x)}sen^3(x)dx$

f) $\int cotg^4(3x)dx$

g) $\int tg^5(x)sec^7(x)dx$

h) $\int sen(x)sen(3x)sen(5x)dx$

14. Use o método da substituição trigonométrica para resolver as seguintes integrais:

a) $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$

b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+6}}dx$

c) $\int \sqrt{1-x^2}dx$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}dx$

e) $\int \frac{x^3}{25-x^2}dx$

f) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+8e^x+7}dx$

g) $\int \frac{1}{(x^2-6x+18)^{\frac{3}{2}}}dx$

h) $\int \frac{1}{(16+x^2)^{\frac{3}{2}}}dx$

15. As seguintes integrais contêm potências de seno , cosseno, tangente, cotangente, secante e cosecante:

a) $\int cos^3(x)dx$

b) $\int sen^5(x)dx$

c) $\int sen^3(x)cos^4(x)dx$

d) $\int tg^2(x)dx$

e) $\int cotg^3(x)dx$

f) $\int cosec^6(x)dx$

g)$\int sec^3(x)dx$

16. Calcule:

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-25}}dx$

b) $\int \frac{1}{\sqrt{4x+x^2}}dx$

c) $\int x^2\sqrt{9-x^2}dx$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+3x^4}}dx$

17. Use o método das frações parciais para resolver as seguintes integrais:

a) $\int \frac{x^4-10x^2+3x+1}{x^2-4}dx$

b) $\int \frac{x-1}{x^3-x^2-2x}dx$

c) $\int \frac{x^3-1}{x^2(x-2)^3}dx$

d) $\int \frac{x}{(x-1)(1+x^2)}dx$

e) $\int \frac{3x^2-x+1}{x^3-x^2}dx$

f) $\int \frac{1}{1+x^3}dx$

g) $\int \frac{1}{1-x^3}dx$

h) $\int \frac{1}{1+x^4}dx$

i) $\int \frac{1}{1-x^4}dx$

18. Encontre o valor da soma:

a) $\sum_{i=1}^{4} \frac{i}{i-1}$

b) $\sum_{k=1}^{25} 2k(k-1)$

c) $\sum_{i=1}^{20} 3i(i^2+2)$

19. O número $H_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$ é conhecido como número harmônico. Prove que $ln(n+1) < H_n < ln(n)+1$.

20. Use somas de Riemann para determinar a área de cada uma das regiões dadas. Faça uma figura mostrando a região e o i-ésimo retângulo:

    a) região acima do eixo x, à direita da reta x = 1 e abaixo do gráfico de $y = 4 - x^2$, os retângulos são inscritos.

    b) região limitada pelo gráfico de $y = x^4$, pelo eixo x e pela reta $x = 1$, retângulos inscritos.

    c) região limitada pelo gráfico de $y = x^3 + x$, eixo x e retas $x = -2$, $x = 1$, retângulos circunscritos.

21. Encontre o valor aproximado das integrais, tomando uma partição com n pontos e compare depois com o valor exato:

    a) $\int_2^5 \frac{1}{x^2} dx$, n = 9 e c_i é o extremo direito.

    b) $\int_{\frac{-\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} sec(x) dx$, $n = 8$ e c_i é o extremo esquerdo.

22. Verifique que a função maior inteiro é descontínua em $[0, \frac{5}{2}]$, mas é integrável. Determine o valor da integral.

23. Encontre o valor médio da função $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ no intervalo [-4 , 4]. Para isto, determine o valor da integral definida, interpretando-a como a área da região limitada pelo eixo dos x e pelo semicírculo.

24. Determine $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n+2i}$. Para isto calcule o valor da integral de $f(x) = \frac{1}{x}$ no intervalo [1 , 3], usando somas de Riemann e também o teorema fundamental.

25. Faça o gráfico de $F(t) = \int_0^t f(x)dx$. Calcule F' nos pontos onde a derivada existe, para as seguintes funções:

    (a) $f(x) = 1$, se $x > 0$ e $f(x) = -1$, se $x \leq 0$
    (b) $f(x) = -x$, se $x > 0$ e $f(x) = 2$, se $x \leq 0$
    (c) $f(x) = x^2$, se $x \leq 1$ e $f(x) = 2x - 1$, se $x > 0$

26. Calcule F'(x), onde existir a derivada.

    (a) $F(x) = \int_{2x}^{x} cost^2 dt$
    (b) $F(x) = \int_{\sqrt{x^2+1}}^{x^3} x^3 e^{t^2} dt$

27. Calcule $\lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\int_2^{2+h} \sqrt{1+t^3}dt$.

28. Sendo $xsen(\pi x) = \int_0^{x^2} f(t)dt$, f contínua, calcule f(4).

29. A regra do ponto médio diz que:

$$\int_b^a f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(f(c_1)+f(c_2)+...+f(c_n))$$

onde $a = x_0 < x_1 < ... < x_n = b$, $x_i - x_{i-1} = \frac{b-a}{n}$ e $c_i = \frac{x_i + x_{i-1}}{2}$.

Use esta regra para calcular um valor aproximado de $\int_2^1 e^{x^2}dx$, tome:

   (a) $n = 5$.
   (b) $n = 10$.

30. A regra do trapézio diz que

$$\frac{\Delta x}{2}[f(x_0)+2f(x_1)+2f(x_2)+...+2f(x_{n-1})+f(x_n)],$$

onde $\Delta x = \frac{b-a}{n}$, $x_i = a + i\Delta x$ é uma boa aproximação para $\int_a^b f(x)dx$ se n for suficientemente grande.

   (a) Explique o motivo dessa regra ser chamada de regra do trapézio.
   (b) Use a regra acima com n=10 para aproximar a $\int_0^{20} cos(\pi x)dx$. Compare seu resultado com o valor real. Explique a diferença.

31. Encontre o número a tal que a reta $x = a$ bissecta a área sob a curva $y = \frac{1}{x^2}$, com $1 \leq x \leq 4$.

32. Esboçe a curva de equação $y^2 = x^2(x+3)$. Parte desta curva forma um laço. Determine a área dentro deste laço.

33. Encontre a área da região limitada pela parábola $y^2 = 9x$ e pela reta que passa pelos pontos $A = (16,12)$ e $B = (4,-6)$.

34. Calcular a área limitada pelas curvas $y = \frac{sen2x}{2}$ e $y = senx + \frac{sen2x}{2}$ entre $x = 0$ e $x = \pi$.

35. Calcular a área limitada pela curva $y(x^2+4) = 4(2-x)$, o eixo dos x e o eixo dos y.

36. Calcular a área limitada pela hipérbole equilátera $x^2 - y^2 = a^2$, o eixo dos x e uma reta traçada da origem ao ponto (x,y) da curva.

37. A curva de equação $x^2 + y^2 + x = \sqrt{x^2 + y^2}$ delimita uma região. Determine a área desta região.

38. Calcule a área da região limitada pela curva $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}$, eixo x, reta x=1 e reta x=4.

39. Calcule a área da região situada no primeiro quadrante limitada acima pela curva $x^4 - y^4 = 2xy$ e abaixo pela curva $r^2 = 2sen2\theta$, com $r > 0$.

40. Encontre a área da região limitada pela hipérbole $y^2 - x^2 = 1$ e a reta $y = 5$.

41. A região sob a curva $y = cos^2x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, é rotacionada ao redor do eixo x. Calcule o volume do sólido obtido.

42. Achar o volume do cone de altura h e raio da base r, obtido pela rotação, em torno do eixo dos x, de uma reta que passa pela origem.

43. Encontre o volume do sólido obtido quando a região sob a curva $\frac{1}{(1+5x)^2}$ de 0 a 1 é girada ao redor do eixo y.

44. A região sob a curva $y = tg^2x$ de 0 a $\frac{\pi}{4}$ é girada ao redor do eixo x. Encontre o volume do sólido resultante.

45. Achar os volumes dos sólidos obtidos pela rotação, em torno do eixo dos x, das regiões indicadas:

    (a) $y = \frac{4}{x+1}$, $x = -5$, $x = -2$, $y = 0$.

    (b) $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$.

    (c) A elipse $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$.

    (d) $y = logx$, entre $x = 1$ e $x = 2$.

    (e) $y = tgx$, $x = \frac{\pi}{3}$ e o eixo dos x.

46. Calcule a área da superfície gerada pela rotação em torno da reta $y = 5$ do gráfico da função:

    (a) $y = senh(x)$, $-1 \leq x \leq 1$;

(b) $y = \sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 4$

47. Calcule a área da superfície de revolução gerada ao girar $y = x^2, 0 \leq x \leq 1$, ao redor do eixo y.

48. O laço de equação $9x^2 = x(3-x)^2$ é girado em torno do eixo y. Calcule a área da superfície gerada.

49. Para uma determinada marca de celular, a função densidade de probabilidade de que o celular irá precisar de manutenção x meses após a sua compra é dada por $f(x) = 0,002e^{-0,002x}$, se $x \geq 0$ e $f(x) = 0$, se $x < 0$. Se o aparelho tiver um ano de garantia, qual será a probabilidade de um comprador não precise consertar o seu celular durante o prazo de garantia? (A probabilidade de que um evento irá ocorrer no intervalo [a, b] é $\int_a^b f(x)dx$)

50. Determine o valor da área da região limitada pelo gráfico da equação dada:

    a) $r = 3cos(\theta)$

    b) $r = 2 - sen(\theta)$

    c) $r^2 = 4sen(\theta)$

51. Encontre a área da região limitada pelo gráfico de $r = e^{\theta}$ e pelas retas $\theta = 0$ e $\theta = 1$.

52. Determine o valor de a para que a região limitada pela cardióide $r = a(1 - cos(\theta))$ tenha área 9π.

53. Ache a área da região varrida pelo raio vetor da espiral $r = \theta$, durante a sua segunda revolução e que não foi varrida pela primeira revolução.

54. Determine o domínio de definição de $\gamma(t) = (t^2, \sqrt{t-1}, \sqrt{5-t})$.

55. Esboce o gráfico das seguintes curvas:

    a) $\gamma(t) = (t^2 + 1, t - 1)$

    b) $\gamma(t) = (t^3, t^2)$

    c) $\gamma(t) = (t^2, t^4, t^6)$

    d) $\gamma(t) = (sen(t), sen(t), \sqrt{2}cos(t))$.

56. Determine a função que representa a curva obtida pela interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e a superfície $z = xy$.

57. Determine a derivada e a integral de cada curva:

    a) $\gamma(t) = (t^2, 1 - t, \sqrt{t})$

    b) $\gamma(t) = (cos(t), t, sen(3t))$

58. Determine o ponto de interseção das retas tangentes à curva $\gamma(t) = (sen(\pi t), 2cos(\pi t, cos(\pi t))$ nos pontos $\gamma(0)$ e $\gamma(0,5)$.

59. Em qual ponto as curvas $\gamma_1(t) = (t, 1-t, 3+t^2)$ e $\gamma_2(s) = (3-s, s-2, s^2)$ se intersectam. Determine o ângulo entre elas (Este ângulo é o ângulo formado pelas retas tangentes).

60. Determine o comprimento das seguintes curvas:

    a) $\gamma(t) = (t, cos(2t), sen(2t))$, $t \in [0, 2\pi]$.

    b) $\gamma(t) = (2sen(t), 5t, 2cos(t))$, $-10 \leq t \leq 10$

    c) $\gamma(t) = (t^2, 2t, ln(t))$, $1 \leq t \leq e$.

61. Determine o domínio de definição de cada uma das funções dadas:

    a) $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

    b) $f(x, y) = \frac{1}{xy}$

    c) $f(x, y) = \sqrt{xy}$

    d) $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$

    e) $f(x, y, z) = xy.ln(z)$

    f) $f(x, y, z) = \frac{z}{4x^2 - y^2}$

62. Mostre que a função $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e f(0,0) = 0 é contínua em R^2, mas $f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e f(0,0) = 0 não é contínua em (0,0).

63. Desenhe as curvas de nível de cada uma das funções e tente visualizar os gráficos:

    a) $f(x, y) = x + y$

    b) $f(x, y) = x^2 + y^2$

c) $f(x,y) = x + 2y$

d) $f(x,y) = x^2 - y$

e) $f(x,y) = \frac{y}{x}$

f) $f(x,y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

64. Desenhe as superfícies de nível das funções dadas:

a) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$

b) $f(x,y,z) = x + y + z$

c) $f(x,y,z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$

d) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z^2$

65. Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ das seguintes funções:

a) $f(x,y) = 3x + 5y$

b) $f(x,y) = 3x^3.y^2 + y$

c) $f(x,y) = \frac{2y5}{3x+1}$

d) $f(x,y) = ln(3x^2 + 5y^3)$

66. Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}$,$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z}$ das seguintes funções:

a) $f(x,y,z) = e^{x^2+y^2+z^2}$

b) $f(x,y,z) = x^2.y^3.z^5$

c) a) $f(x,y,z) = x.ln(\frac{y}{z})$

67. Considere a superfície dada pelo gráfico da funcão $f(x,y) = 2x^2 + y^2$. Esta superfície intersecta o plano y = 3 numa curva. Determine as equações da reta tangente a esta curva no ponto (2,3,17).

68. Considere a superfície dada pelo gráfico da funcão $f(x,y) = \frac{x^2}{y^2-3}$. Esta superfície intersecta o plano x = 3 numa curva. Determine as equações da reta tangente a esta curva no ponto (3,2,9).

69. Mostre que a função $f(x,y) = ln(\frac{2y^2}{x^2})$ satisfaz a equação x.$\frac{\partial f}{\partial x}$ + y.$\frac{\partial f}{\partial y}$ = 0.

70. Determine uma função tal que $\frac{\partial f}{\partial x} = 3y^2 - 3x.cos(y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy + x^2.sen(y) + 2$.

71. Determine a função tal que $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 6y + 2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 + 6x + 3$ e f(0,0) = 5.

72. Sabendo que $\frac{\partial f}{\partial x} = x^3y^4 + x^2y^3$, quais são as possibilidades para $\frac{\partial f}{\partial y}$?.

73. Porque é possível afirmar que não existe uma função de duas variáveis f tal que $\frac{\partial f}{\partial x} = x^2 + ycos(x)$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = y^2 + xcos(y)$?

74. Determine as equações dos planos tangentes aos gráficos das funções dadas nos pontos dados:

    a) $z = \sqrt{14 - x^2 - y^2}$ no ponto (1,2,3).

    b) $z = (x^2 + y^2)^2$ no ponto (1,2,25).

    c) $z = sen(x) + sen(2y) + sen(3x + 3y)$ no ponto (0,0).

75. Use derivação implícita para determinar a equação do plano tangente ao elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ no ponto $(\frac{a}{\sqrt{3}}, \frac{b}{\sqrt{3}}, \frac{c}{\sqrt{3}})$.

76. Determine o plano tangente e a reta normal ao hiperbolóide $x^2 + y^2 - z^2 = 5$ no ponto (4,5,6).

77. Determine o vetor gradiente de f em P, $\nabla f(P)$:

    a) $f(x, y) = xy$, P = (-1,3).

    b) $f(x, y, z) = e^{xy}cos(z)$, P = 0,2,0).

    c) $f(x, y) = ln(x^2 + y^2)$, P = (1,2).

    d) $f(x, y, z) = \frac{xy}{z}$, P = (2,-1,5).

78. Calcule a derivada direcional de f em P e na direção do vetor dado:

    a) $f(x, y) = xy^2 + x^2y$, P = (1,1) , $\vec{v}$ = (1,2).

    b) $f(x, y) = ln(x^2 + y^2)$, P = (0,1) , $\vec{v}$ = (2,2).

    c) $f(x, y, z) = xsen(y) + ysen(z) + zsen(x)$, P = (1,0,0) , $\vec{v}$ = (3,2,0).

79. Calcule o valor máximo da derivada direcional de f em P e a direção que ocorre:

    a) $f(x, y) = sen(xy)$, P = (-3,0).

    b) $f(x, y) = e^x cos(y)$, P = (0,0).

    c) $f(x, y) = e^{xyz}$, P = (2,1,1).

80. Suponha que a temperatura T, num certo ambiente, no ponto P = (x,y,z) é dada por $T(x,y,z) = 2x^2 - y^2 + 4z^2$. Determine a taxa de variação ($D_{\vec{v}}T(P)$) de T no ponto P = (1,-2,1), na

    direção do vetor $\vec{v} = (4,-1,2)$. Em que direção T cresce mais rapidamente neste ponto?

81. Calcule $\frac{df}{dt}$:

    a) $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$, x= cos(t) , y = sen(t).

    b) $f(x,y) = ln(x^4 + 2x^2y + 3y^2)$, x = t , $y = 2t^2$.

82. Mostre que $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = nf(x,y)$ e determine n em cada caso:

    a) $f(x,y) = xy^2 + x^2y - y^3$.

    a) $f(x,y) = e^{\frac{x}{y}}$.

83. Determine os pontos críticos da função e clasifique-os por meio do teste da segunda derivada:

    a) $f(x,y) = 5x^2 - 3xy + y^2 - 15x - y + 2$.

    b) $f(x,y) = x^2 + y^3 - 6xy$.

    c) $f(x,y) = xy(2x + 4y + 1)$.

84. Se a soma de tres números x, y, z é 12, quais devem ser estes números para que o produto xy^2z^3 seja o maior possível?

85. Seja r a reta que passa em (-2,3,-1) e tem direção do vetor (4,1,5) e s a reta que passa no ponto (-1,0,3) e tem direção do vetor (-2,3,1). Considere a função de duas variáveis definida pelo quadrado da distância de um ponto de r a um ponto de s. Verifique que esta função tem um único ponto crítico e que este ponto é um ponto de mínimo. O valor da função neste ponto é o quadrado da distância entre as duas retas.

86. A função geral de produção de Cobb-Douglas é dada por $P(x,y) = Ax^ay^b$, com $a+b = 1$, x representando o trabalho e y o capital investido. Suponha que esta função de produção está sujeita à condição de custos totais fixos dada por cx + dy = e. Verifique que para maximizar a produção devemos ter a força de trabalho $x = \frac{ae}{c}$ e o capital investido $y = \frac{be}{d}$.

87. Sobre cada uma das seguintes curvas , determine os pontos que estão mais próximos da origem e os pontos que estão mais afastados:

    a) $x^2 + xy + y^2 = 3$.

    b) $x^4 + 3xy + y^4 = 2$

88. Determine os polinômios de Taylor de ordem 1 e de ordem 2 das funções dadas nos pontos dados:

    a) $f(x, y) = e^{xy}$, P = (0,0).

    b) $f(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 1)$, P = (1,1).

    c) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, P=(0,0).

RESPOSTAS:
1) $P_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + ... + \frac{f^(n)(a)}{n!}(x-a)^n$,
$R_n(x) = \frac{f^(n+1)(c)}{(n+1)!}(x-a)^(n+1)$ com $a \le c \le x$.
a) $P_3(x) = 1 + \frac{3}{4}(x-1) + \frac{3}{8}(x-1)^2 - \frac{3}{48}(x-1)^3$, $R_3(x) = \frac{9}{16.c^{\frac{7}{2}}.4!}(x-1)^4$.
b) $P_4(x) = 1 + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4$, $R_4(x) = \frac{1}{5!}senh(c)x^5$.
c) Solução análoga a a).
d) $P_3(x) = (x+2) - \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{1}{3}(x+2)^3$, $R_3(x) = -\frac{1}{4(c+3)^4}(x+2)^4$.
e) $P_3(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1.3}{2^2 2!}x^2 + \frac{1.3.5}{2^3 3!}x^3$, ...
2) $e^2 \cong 1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + ... + \frac{2^n}{n!}$,
onde n é o menor inteiro tal que $\frac{2^(n+1)}{(n+1)!} \le 0,000005$.
3) menor que $\frac{1}{8}$.
4) $P_4(x) = 4 - 2(1-x) + 5(1-x)^2 - 3(1-x)^3 + (1-x)^4$.