MAT 143- Lista de Exercícios

1. Uma função pode ser descrita por meio de palavras; por meio de tabelas de valores; através de gráficos ou ainda por meio de uma equação que liga a variável dependente com a variável independente.

   Vejamos o seguinte exemplo:

   A população humana mundial P, depende do tempo, conforme a tabela que segue:

ano	**população(milhões)**
1900	1650
1910	1750
1920	1860
1930	2070
1940	2300
1950	2520
1960	3020
1970	3700
1980	4450
1990	5300
1996	5770

   a) Plote estes valores e obtenha um gráfico da variação da população humana mundial com relação ao tempo.

   b) Existe uma expressão algébrica que representa a população em relação ao tempo. Esta expressão é dada por uma função exponencial, como veremos posteriormente. Tente pesquisar e obter esta função.

2. Um estudo ambiental de uma comunidade suburbana indica que a taxa de média diária de monóxido de carbono no ar é dada por $c(p) = 0,5p+1$ partes por milhão, quando a população for de p milhares. Sabendo ainda que daqui a t anos a população da comunidade é $p(t) = 10+0,1t^2$ milhares.

   a) Expresse a taxa de monóxido de carbono no ar, como função do tempo.

   b) Quando o nível de monóxido de carbono no ar será 6,8 partes por milhão?

3. A populaçao de uma certa comunidade será daqui a t anos será de $P(t) = 20 - \frac{6}{t+1}$ milhares.

   a) Daqui a 9 anos qual será a população da comunidade?

   b) De quanto crescerá (decrescerá) a população durante o nono ano?

4. Quando as condições ambientais impõem um limite superior ao tamanho de uma população, esta cresce segundo uma taxa proporcional ao seu tamanho atual e à diferença entre entre o seu tamanho atual e seu limite superior. Expresse a taxa de crescimento populacional em função do tamanho da população. Esboce o gráfico e tire conclusões.

   Sugestão: Chame p de tamanho da população, T(p) a taxa de crescimento e L o limite superior. Releia o que está escrito acima e chegue em $T(p) = kp(L - p)$.

5. Uma amostra de rádio se degenera proporcionalmente à quantidade de rádio restante na mesma amostra. Expresse a taxa de degeneração do rádio em função da quantidade de rádio restante.

   Sugestão: Chame de r a quantidade de rádio restante e de T(r) a taxa de degeneração. Releia o que está escrito acima e obtenha que $T(r) = kr$. O que é possível dizer a respeito da constante k?

6. A taxa de propagação de uma epidemia é proporcional ao número de pessoas que estão doentes e ao número de pessoas que não estão doentes. Expresse esta taxa em função do número de pessoas doentes.

7. Para estudar a taxa do nível de aprendizagem dos animais, um grupo de estudantes fez uma experiência na qual um rato branco era colocado , repetidamente, num labirinto. Foi observado que o tempo que o rato percorria o labirinto na n-ésima vez era $t(n) = 3 + \frac{12}{n}$ minutos.

   a) Qual é o domínio desta função?

   b) Para quais valores, no contexto do problema, t(n) possui significado?

   c) Quanto tempo o rato gastou para percorrer o labirinto na terceira tentativa?

   d) Em qual tentativa o rato percorreu o labirinto em 4 minutos ou menos?

   e) O rato conseguirá percorrer o labirinto em 3 minutos?

8. Biólogos descobriram que a velocidade do sangue arterial é uma função da distância do sangue ao eixo central da artéria e que esta velocidade é dada por $V(r) = C(R^2 - r^2)$, sendo C uma constante e R o raio da artéria e r é a distância do sangue ao eixo central da artéria. Suponha que para uma certa artéria, $C = 1,76 \times 10^5 cm$ e $R = 1,2 \times 10^{-2} cm$.

   a) Calcule a velocidade do sangue no eixo central da artéria.

   b) Calcule a velocidade do sangue à meia distância entre a parede e o eixo central da artéria.

   c) Calcule a velocidade do sangue na parede da artéria.

9. Durante um programa nacional de imunização da população contra um tipo de virus, foi constatado que o custo da vacinação de x por cento da população era $c(x) = \frac{150x}{250-x}$ milhões de reais.

   a) Qual é o domínio da função c?

   b) Para quais valores de x, no contexto do problema, c(x) tem interpretação prática?

   c) Qual foi o custo para que os primeiros 50 por cento da população fossem vacinados?

   d) Qual foi o custo para que os 50 por cento restantes fossem vacinados?

   e) Qual a porcentagem vacinada ao terem sido gastos 37,5 milhões de reais?

10. Suponha que você foi passar um ano no polo norte. Esboce o gráfico do número de horas diárias com luz do sol no decorrer deste ano, como uma função do tempo.

11. Um avião vai de um aeroporto a outro em 1 hora, sendo a distância entre eles de 600 km. Se t representa o tempo em minutos desde a partida do avião, x(t) a distância horizontal percorrida e y(t) a altura do avião.

    a) Esboce um possível gráfico de x(t).

    b) Esboce um possível gráfico de y(t).

12. Especifique o domínio e a imagem de cada uma das seguintes funções:

    a) $f(x) = x^2 - 2x + 6$.

b) $f(x) = \frac{x-3}{x^2+x-2}$.

c) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$.

d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

13. Diga se a função é par ou é impar ou se nenhuma delas.

    a) F(x) = 3 b) $F(x) = x^2 + 1$

    c) $F(x) = x^3 + x$ d) $F(x) = \frac{x}{x^2-1}$.

14. O teste da reta vertical, para determinar se uma curva é o gráfico de uma função afirma : se toda reta vertical no plano xy cruza uma dada curva, no máximo em um ponto, então a curva é o gráfico de uma função. Explique porque esta afirmação é verdadeira.

15. Ache as funções compostas $g \circ h$ e $h \circ g$.

    a) $g(u) = u^2 + 2u + 1$ e $h(x) = 1 - x$.

    b) $g(u) = \frac{1}{2u+1}$ e $h(x) = x + 2$.

16. Dadas as funções $u(x) = 4x - 5$, $v(x) = x^2$ e $f(x) = \frac{1}{x}$, encontre:

    a) $u \circ v \circ f$. b) $f \circ v \circ u$.

17. Calcule o valor de a para que o gráfico da função $y = 3x^2 - 2x + a$ contenha o ponto (2,4).

18. Calcule o coeficiente angular e a interseção com o eixo dos y da reta dada. Construir o gráfico correspondente.

    a) y = 3x + 2 b) 5x - 4y = 20 c) $\frac{x}{3} + 4y = 0$.

19. Calcule a equação da reta cujo coeficiente angular é 5 e cuja interseção com o eixo dos y é (0,-4).

20. Calcule a equação da reta que passa pelos pontos:

    a) (2,4) e (1,-3). b) (3,8) e (5,8). c) (6,7) e (6, 9).

21. Encontre os pontos de interseção (se existirem) do par de curvas definidas pelos gráficos das funções:

    a) y = -3x + 5 e y = 2x - 10 .

    b) y = x + 7 e y = x - 2 .

c) $y = x^2 - 1$ e $y = 1 - x^2$

d) $y = \frac{24}{x^2}$ e y = 3x.

22. Um bombeiro hidráulico cobra uma taxa de 100 reais e mais 50 reais por cada meia hora de trabalho. Um outro cobra 150 reais e 40 reais por cada meia hora de trabalho. Ache um critério para decidir qual bombeiro chamar, se for levado em consideração apenas o valor a pagar.

23. Dada uma função f injetiva ou seja tal que $f(x_1) = f(x_2)$ somente se $x_1 = x_2$, então esta função admite uma inversa, notada f^{-1}, cujo domínio é a imagem de f. Conhecendo o gráfico da função f e sabendo que ela tem uma inversa, obtem-se o gráfico da inversa fazendo uma reflexão do gráfico da f em relação'ao gráfico da reta $y = x$. Discuta esta afirmação e determine os gráficos das inversas das seguintes funções:

    a) $f(x) = \frac{1}{x}$.

    b) $f(x) = x^2$, sendo $x \geq 0$.

    c) $f(x) = x^2$, sendo $x \leq 0$.

    d) $f(x) = 3^x$.

    c) $f(x) = (\frac{1}{3})^x$.

24. Determine a inversa da função $f(x) = x^3 + 2$.

25. O módulo de um número x é definido por $|x| = x$, se $x > 0$ e $|x| = -x$, se $x < 0$. Esboce os gráficos das funções $|f(x)|$ e de $f(|x|)$ nos seguintes casos:

    a) $f(x) = 3x + 1$.

    b) $f(x) = x^2 - 1$.

    c) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

26. Considere a função $P(t) = (0,008306312)(1,013716)^t$. Volte ao exercício 1 e verifique que esta função aproxima os dados da população mundial nos anos especificados. Faça uma previsão para 2012.

27. Use uma calculadora para obter os números $(1+\frac{1}{n})^n$, para n = 1,2,3,4,5,6,7,8,9. O que acontece quando n fica muito grande?

28. Num mesmo sistema de eixos, esboce os gráficos das funções exponenciais $f(x) = 10^x$, $g(x) = e^x$, $h(x) = 2^x$, $i(x) = 1^x$, $j(x) = 2^{-x}$, $k(x) = e^{-x}$ e $l(x) = 10^{-x}$.

29. Refaça o problema anterior e reescreva a forma de cada nova função, nos seguintes casos:

    a) O gráfico de cada função foi deslocado de 2 unidades para baixo.

    b) O gráfico de cada função foi deslocado de 2 unidades para a direita.

    c) O gráfico de cada função foi refletido em torno do eixo x.

    d) O gráfico de cada função foi refletido em torno do eixo y.

    e) O gráfico de cada função foi refletido em torno do gráfico da reta y = x.

30. Se a população de bactérias começa com 100 e dobra a cada 3 horas, então o número de bactérias após t horas é?. Encontre também a inversa desta função e explique o seu significado. Quando a população atingirá 50.000 bactérias?

31. A população de uma certa espécie, em um ambiente limitado e com população inicial de 100 individuos e capacidade para suportar 1000 individuos, é $P(t) = \frac{100.000}{100+900e^{-t}}$, onde t é medido em anos.

    a) Faça um gráfico desta função e estime o tempo para a população atingir 900 individuos.

    b) Usando a inversa, determine o tempo necessário para a população atingir 900 individuos.

32. Suponha que 1.000 reais sejam capitalizados a uma taxa de juros anual de 6 por cento. Calcule o saldo, após 10 anos, se os juros forem capitalizados:

    a) mensalmente

    b) diariamente

    c) continuamente

33. A **lei dos expoentes** afirma que dados a e b números reais positivos e x e y números reais quaisquer vale que:

    1) $a^{x+y} = a^x.a^y$,

2) $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$,

3) $(a^x)^y = a^{xy}$,

4) $ab^x = a^x.b^x$,

Use esta lei, para obter a **lei dos logarítmos**

5) $log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y)$,

6) $log_a(\frac{x}{y}) = log_a(x) - log_a(y)$,

7) $log_a(x^r) = r.log_a(x)$.

Lembre que $y = a^x$ se e somente se $x = log_a(y)$.

34. A escala Richter foi desenvolvida por Charles Richter e Beno Gutenberg, no intuito de medir a magnitude de um terremoto. Após analizar o comportamento de muitos terremotos, estes pesquisadores chegaram a um modelo matemático que calcula a magnitude de um terremoto a partir das amplitudes (medidas por aparelhos chamados sismógrafos) das ondas produzidas pela liberação de energia do terremoto. A função que calcula esta magnitude é a seguinte:

$$M(A) = log_{10}(A) - log_{10}(A_0)$$

,

onde A é a amplitude máxima e A_0 é a amplitude de referência.

Esta fórmula é utilizada para comparar as magnitudes de dois terremotos.

a) Mostre que as ondas (produzidas pela liberação de energia) de um terremoto de magnitude 7 é 1000 vezes maior que as ondas produzidas por um terremoto de magnitude 4.

b) Porque é certo afirmar que um terremoto de magnitude 3 não é quase sentido, mas que um de magnitude 9 é mortal? Compare as amplitudes das ondas produzidas pela liberação de energia dos dois.

35. Para calcular a energia liberada por um terremoto, é usada a seguinte fórmula:

$$I = (2/3)log_{10}(E/E_0)$$

,

onde I varia de 0 a 9, E é a energia liberada em kW/h e $E_0 = 7 \times 10^{-3}$ kW/h.

a) Qual a energia liberada por um terremoto de intensidade 6 , ou seja com I = 6?

b) E por um terremoto de intensidade 8?

36. O ponto P = (4,2) pertence ao gráfico da função $f(x) = \sqrt{x}$.

a) Seja Q o ponto $(x, \sqrt{x})$. Use uma calculadora para determinar o coeficiente angular da reta que contém P e Q (correto até a sexta casa decimal)para os seguintes valores de x:

1) x = 5 ; 6) x = 3 ;

2) x = 4,5 ; 7) x = 3,5 ;

3) x = 4,1 ; 8) x = 3,9 ;

4) x = 4,01 ; 9) x = 3,99 ;

5) x = 4,001 10) x = 3,999 ;

b) Usando a), determine a equação da reta tangente ao gráfico, no ponto (4,2).

37. O ponto $P = (\frac{1}{2}, 2)$ pertence ao gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$.

a) Seja Q o ponto $(x, \frac{1}{x})$. Use uma calculadora para determinar o coeficiente angular da reta que contém P e Q (correto até a sexta casa decimal)para os seguintes valores de x:

1) x = 2 ; 6) x = 0,6 ;

2) x = 1 ; 7) x = 0,55 ;

3) x = 0,9 ; 8) x = 0,51 ;

4) x = 0,8 ; 9) x = 0,45 ;

5) x = 0,7 10) x = 0,49 ;

b) Usando a), determine a equação da reta tangente ao gráfico, no ponto $(\frac{1}{2}, 2)$.

38. Calcule os limites, justicando cada passagem com as leis dos limites.

    a)$\lim_{x\to 4}(5x^2 - 2x + 3)$

    b) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^4+x^2-6}{x^4-2x+3}\right)^5$

    c) $lim_{t\to -2}(t+1)^9(t^2-1)$

39. A equação $\frac{x^2+x-6}{x-2} = x + 3$ está correta, a menos de um detalhe que precisa ser explicitado. Entretanto, $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2+x-6}{x-2}\right) = \lim_{x\to 2}(x+3)$ está totalmente correta. Explique porque.

40. Calcule o limite, se existir.

    a) $\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2-x+12}{x+3}\right)$

    b) $\lim_{x\to -2}\left(\frac{x+2}{x^2-x-6}\right)$

    c) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{(1+x)^4-1}{x}\right)$

    d) $\lim_{x\to 9}\left(\frac{9-x}{3-\sqrt{x}}\right)$

    e) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{\sqrt{x}-x^2}{1-\sqrt{x}}\right)$

41. Um paciente recebe uma injeção de 160mg de uma droga a cada 2 horas. Faça um gráfico que mostre a quantidade q(t) de droga na corrente sanguínea após t horas, sabendo que a absorção é exponencial e que passadas as 2 horas, $\frac{3}{4}$ da droga foi absorvida. Determine $\lim_{t\to 2^-}$ e $\lim_{t\to 2^+}$ e também $\lim_{t\to 4^-}$ e $\lim_{t\to 4^+}$ e explique o significado destes limites laterais.

42. Dado o valor $\epsilon = 0,01$, determinar, para a função f(x) = 5x, definida no intervalo [0, 10], um valor de δ tal que neste intervalo se tenha $|f(x_1) - f(x_2)| < \epsilon$ sempre que $|x_1 - x_2| < \delta$.

43. Fazendo os gráficos de $y = e^{-\frac{x}{10}}$ e de y = 0,1 na mesma tela, descubra quão grande é preciso tomar o x para que $e^{-\frac{x}{10}} < 0,1$.

44. Sabendo que $\frac{4x-1}{x} < f(x) < \frac{4x^2+3}{x^2}$, para $x > 5$, determine $\lim_{x\to\infty} f(x)$.

45. Um tanque contém 5000 litros de água pura. Salmoura contendo 30g de sal por litro de água é bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 25 l/min. A fuçao que dá a concentração de sal após t minutos

é $C(t) = \frac{30t}{200+t}$. Explique porque esta afirmação é verdadeira. O que acontece com a concentração de sal quando t tende ao infinito?

46. Calcule $\lim_{x\to\infty}((1+12x)^x)$.

47. Calcule $\lim_{x\to\infty}((1+\frac{12}{x})^x)$.

48. Calcule $\lim_{x\to-3}\left(\frac{x^2-x+12}{x+3}\right)$.

49. Calcule $\lim_{x\to-3}\left(\frac{x^2-x-12}{x+3}\right)$.

50. Calcule $\lim_{x\to0}(\frac{sen(2x)}{x})$.

51. Calcule $\lim_{x\to\pi}(\frac{sen(x)}{x-\pi})$.

52. Calcule $\lim_{x\to0}(\frac{cos(x)-1}{x})$.

53. Calcule $\lim_{x\to0}(\frac{10^x-1}{x})$.

54. Calcule $\lim_{x\to2}(\frac{tg(x-2)}{x-2}+\frac{x}{sen(x)})$.

55. Calcule $\lim_{x\to0}(\frac{sen(8x)}{sen(9x)})$.

56. Calcule $\lim_{x\to0}(\frac{sen(cos(x))}{sec(x)})$.

57. Calcule $\lim_{x\to0}(\frac{(sen(x))^2}{x})$.

58. Calcule $\lim_{x\to1}(\frac{sen(x-1)}{x^2+x-2})$.

59. Construir o gráfico da função f cuja derivada tem as seguintes propriedades:

    a) $f'(x) > 0$ quando $x < 1$ e $x > 5$.

    b) $f'(x) < 0$ quando $1 < x < 5$.

    c) f'(1) = f'(5) = 0 .

60. Para quais valores de x, a reta tangente ao gráfico da função $f(x) = x + 2sen(x)$ é horizontal?

61. Calcule a derivada da função $f(x) = 5x^3 - 4x^2 + 12x - 7$.

62. Calcule a derivada da função $f(x) = 5x^3(3x^2 + 8x - 6)$.

63. Calcule a derivada da função $f(x) = \frac{x^4-7x^2+12x-7}{x-3}$.

64. Calcule a derivada da função $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

65. Calcule a derivada da função $f(x) = (\frac{x-2}{2x+1})^2$.

66. Calcule a derivada da função $f(x) = (x^3 - 1)^{100}$.

67. Calcule a derivada da função $f(x) = sen(e^x)$.

68. Calcule a derivada da função $f(x) = tg(3x)$.

69. O gráfico da função $f(x) = \frac{\|x\|}{\sqrt{2-x^2}}$ é chamada de **curva ponta de bala**. Explique o porque deste nome. Encontre a equação da reta tangente a essa curva no ponto (1,1).Verifique que esta função não tem derivada para x = 0.

70. Encontre todos os pontos no gráfico de $y = 2sen(x) + (sen(x))^2$ nos quais a reta tangente é horizontal.

71. Prove que a derivada de uma função par é uma função impar e que a derivada de uma função impar é uma função par.

72. Calcule as equações das retas tangentes ao gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 25$ e que passam na origem (0,0).

73. Daqui a x meses, a população de uma certa comunidade será de $P(x) = x^2 + 20x + 8000$ habitantes.

    a) Qual será a taxa de variação da população desta comunidade daqui a 15 meses?

    b) Qual será a variação real desta população durante o décimo sexto mes?

74. Um estudo ambiental em uma comunidade urbana indicou que , daqui a t anos o nível médio de carbono no ar é de $Q(t) = 0,05t^2 + 0,1t + 3,4$ partes por milhão.

    a) Daqui a 1 ano, qual será a taxa de variação, em relação ao tempo, do monóxido de carbono?

b) Qual será a taxa de variação do monóxido de carbono nos próximos dois anos?

75. Calcula-se que daqui a x meses, a população de uma certa cidade será de $P(x) = 2x + 4x^{\frac{3}{2}} + 5000$ habitantes.

    a) Qual será a taxa de variação da população desta cidade, daqui a 9 meses?

    b) Qual será a variação real desta população durante o décimo mes?

76. Determine os intervalos em que a função f é crescente, decrescente. Determine, também, seus máximos e mínimos relativos e construa o gráfico da função.

    a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 7$

    b) $f(x) = x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8$

    c) $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

    d) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$

    e) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 1$

77. Determine onde a função é crescente, decrescente, côncava para cima, côncava para baixo. Calcule os pontos de máximo e de mínimo relativos e pontos de inflexão. Construa o gráfico da função.

    a) $f(x) = x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8$

    b) $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

78. Use o teste da derivada segunda para calcular o máximo e o mínimo relativos da função $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 7$

79. Encontre a integral das funções abaixo e verifique se os cálculos estão corretos, derivando o resultado:

    a) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

    b) $f(t) = 5t^{\frac{1}{4}} - 7t^{\frac{3}{4}}$

    c)$f(u) = \frac{u^3+2u^2}{\sqrt{u}}$

    d) $g(x) = \frac{x^2+x+1}{x}$

    e) $f(y) = 3\sqrt{y} - \frac{2}{y^2} + \frac{1}{y}$

f) $h(u) = 2e^u + \frac{6}{u} + ln(u)$

g) $f(x) = 3sec^2(x)$

h) $f(x) = tg(x)$

i) $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

j) $f(x) = \frac{ln(5x)}{x}$

k) $f(x) = x^2.sen(3x^2)$

l) $f(t) = 3t.\sqrt{t^2 + 8}$

80. Estima-se que daqui a t meses a população de certa cidade esteja aumentando à taxa de $4 + 5t^{\frac{2}{3}}$ habitantes por mês. Se a população atual é 10.000 habitantes, qual será a população daqui a 8 meses?

81. Um corpo está se movendo de tal forma que sua velocidade após t minutos é $v(t) = 1 + 4t + 3t^2$m/min. Que distância o corpo percorre no terceiro minuto?

82. Um estudo ambiental realizado em certa cidade revela que daqui a t anos o índice de monóxido de carbono no ar estará aumentando á razão de $0,1t+0,1$ partes por milhão por ano. Se o índice atual de monóxido de carbono no ar é de 3,4 partes por milhão, qual será o índice daqui a 3 anos?

83. Um botânico descobre que certo tipo de árvore cresce de tal forma que sua altura h(t), após t anos, está variando a uma taxa de $0,06t^{\frac{2}{3}}+0,3t^{\frac{1}{2}}$ metros/ano. Se a árvore tinha 60 cm de altura quando foi plantada, que altura terá após 27 anos?

84. Seja f(x) o número total de itens que uma pessoa consegue memorizar, x minutos após ser apresentado a uma longa lista de itens. Os psicólogos chamam a função y = f(x) de curva de aprendizado e a função y' = f '(x) de taxa de aprendizado. O instante de máxima eficiência é aquele para o qual a taxa de aprendizado é máxima. Suponha que a taxa de aprendizado seja dada pela expressão $f'(x) = 0,1(10 + 12x - 0,6x^2)$.

    a) Qual é a taxa de aprendizado no instante de máxima eficiência?

    b) Qual é a função f(x) ?

    c) Qual é o maior número de itens que uma pessoa consegue memorizar?

85. Um corpo está se movendo de tal forma que sua velocidade após t minutos é $v(t) = 3 + 2t + 6t^2$ m/min. Que distância o corpo percorre no segundo minuto?

86. Depois que os freios são aplicados, um carro perde velocidade à taxa constante de 6 metros por segundo. Se o carro está a 65 km/h (18 m/s) quando o motorista pisa no freio, que distância o carro percorre até parar?

87. De acordo com uma das leis de Poiseuille para o fluxo de sangue em uma artéria, se v(r) é a velocidade do sangue a r cm do eixo central da artéria, a taxa de variação da velocidade com r é dada por v'(r) = -ar, onde a é uma constante positiva. Escreva uma expressão para v(r) supondo que v(R) = 0, onde R é o raio da artéria.

88. O valor de revenda de uma certa máquina diminui a uma taxa que varia com o tempo. Quando a máquina tem t anos de idade, a taxa com que o valor está mudando é $-960.e^{-t/5}$ reais por dia. Se a máquina foi comprada nova por 5.000,00 reais, quanto valerá 10 anos depois?

89. Em um certo subúrbio de Los Angeles, a concentração de ozônio no ar, L(t), é de 0,25 partes por milhão (ppm) às 7h. De acordo com o serviço de meteorologia, a concentração de ozônio t horas mais tarde estará variando à razão de $L'(t) = \frac{0{,}24-0{,}03t}{\sqrt{36+16t-t^2}}$ ppm/h.

    a) Expresse a concentração de ozônio em função de t. Em que instante a concentração de ozônio é máxima? Qual é a máxima concentração?

    b) Faça o gráfico de L(t) e, baseado nele, responda as perguntas do item a). Determine em que instante a concentração de ozônio é a mesma que às 11h.

90. Uma empresa montou uma linha de produção para fabricar um novo modelo de telefone celular. Os aparelhos são produzidos à razão de $\frac{dP}{dt} = 1500(2 - \frac{t}{2t+5})$ unidades/mês.

    Determine quantos telefones são produzidos durante o terceiro mês

91. Mude de variável para obter a solução das seguintes integrais:

    a) $\int (2x+6)^2 dx$

    b) $\int e^{1-x} dx$

c) $\int x^2(x^3+1)^{\frac{3}{4}}dx$

d) $\int (x+1)(x^2+2x+5)dx$

e) $\int \frac{ln(5x)}{x}dx$

f) $\int \frac{2xln(x^2+1)}{x^2+1}dx$

g) $\int x\sqrt{x+1}dx$

h) $\int (x+1)(x-2)^{29}dx$

92. Use o método da integração por partes para obter as seguintes integrais:

a) $\int xe^{5x}dx$

b) $\int xln(2x)dx$

c) $\int x^3e^xdx$

d) $\int x^3e^{x^2}dx$

e) $\int \frac{ln(x)}{x^2}dx$

f) $\int x^3(x^2-1)^{10}dx.$

93. Use derivada para mostrar que a seguinte tabela de integrais é válida:

a) $\int \frac{1}{p^2-x^2}dx = \frac{1}{2p}ln(\left|\frac{p+x}{p-x}\right|)$

b) $\int \frac{1}{x(ax+b)}dx = \frac{1}{b}ln(\left|\frac{x}{ax+b}\right|)$

c) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+p^2}}dx = ln(\left|x+\sqrt{x^2+p^2}\right|)$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-p^2}}dx = ln(\left|x+\sqrt{x^2-p^2}\right|)$

e) $\int x^ne^{ax}dx = \frac{1}{a}x^ne^{ax} - \frac{n}{a}\int x^{n-1}e^{ax}dx$

94. Use o método das frações parciais ou a tabela do exercício anterior para resolver as seguintes integrais;

a) $\int \frac{1}{x(3x-6)}dx$

b) $\int \frac{1}{6-3x^2}dx$

c) $\int \frac{1}{x^2+2x}dx$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{4x^2-9}}dx$

e) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$

f) $\int x^5e^{-x}dx$

95. Calcule o valor das seguintes integrais definidas:

a)$\int_0^1 xdx$

b)$\int_{ln(2)}^0 xe^x dx$

c)$\int_1^e xln(x)dx$

d)$\int_0^1 (x^4 - 3x^3 + 1)dx$

e)$\int_1^3 (1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})dx$

f)$\int_1^2 (2x - 4)^5 dx$

g)$\int_1^9 (\sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}})dt$

h)$\int_{ln(2)}^{ln(\frac{1}{2})} (e^u - e^{-u})du$

i)$\int_1^2 \frac{x^2}{(x^3+1)^2} dx$

j)$\int_0^1 (x^3 + x)\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1}dx$

k)$\int_2^{e+1} \frac{x}{x-1} dx$

l)$\int_1^{e^2} ln(x)dx$

m)$\int_0^5 xe^{\frac{-(5-x)}{20}} dx$

Respostas

1.b) Veja o exercício 26.
2.a) $c(t) = 0,05t^2 + 6$
2.b) t = 4
3.a) 20,6 milhares
3.b) $\frac{6}{110}$ milhares
5. $k < 0$
6. $T(p) = kp(P - p)$, onde p é o número de pessoas doentes e (P - p) é o número de pessoas não doentes.
7.a) Todos os números reais
7.b) Apenas os inteiros positivos
7.c) 7 minutos
7.d) A partir da décima segunda tentativa
7.e) Não. Observe que a funçao é sempre maior que 3 e tende a 3 quando n tende ao infinito.
8.a) $25,344cm/s$

8.b) $19,008cm/s$
8.c) 0
9.a) $x \neq 0$
9.b) $0 \leq x \leq 100$
9.c) 37,5
9.d) 100 - 37,5
9.e) 50 por cento
11 e 12 feitos em classe
13.a) Par
13.b) Par
13.c) Impar
13.d) Impar
15.a) $g \circ f(x) = x^2 - 4x + 4$ e $f \circ g(x) = -x^2 - 2x$
17. a = -4
18.a) a = 3 e (0,2)
18.b) $a = \frac{5}{4}$ e (0,-5)
19. y = 5x - 4
20.a) y = 7x - 10
21. (3,-4)
22. Se o tempo de trabalho for menor que 2 horas e meia, deve-se chamar o primeiro bombeiro. Se for maior que 2 horas e meia, o segundo bombeiro deve ser chamado.
24. $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$
30. $C(t) = 100.2^{\frac{t}{3}}$
31. 2,09 anos
32.a) 1.819,40
32.b) 1.822,03
32.c) 1.822,12
34.b) O terremoto de magnitude 9 produz ondas de energia que são 1 milhão de vezes maiores que as produzidas por um terremoto de magnitude 3
35.a) $E = 7 \times 10^6 kw/h$
35.b) $E = 7 \times 10^9 kw/h$
38.a) 75
38.b) -32
38.c) -3
40.a) não existe, mas existem os limites laterais.
40.b) $-\frac{1}{5}$.

42. $\delta = 0,002$
43. $x > 10ln(10)$.
44. 4
45. A quantidade de água pura misturada com a salmoura em cada instante t é dada por 5000 + 25t e a concentração é dada por $\frac{25\times 30t}{5000+25t}$. Dividindo por 25, temos o resultado.
46. $-\infty$
47. e^{12}
48. não existe
49. -7
50. 2
51. -1
52. 0
53. ln(10)
54. 2
55. $\frac{8}{9}$
56. sen(1)
57. 0
58. $\frac{1}{3}$
60. todos os valores de x para os quais $cos(x) = -\frac{1}{2}$
61. $f'(x) = 15x^2 - 8x + 12$
62. $f'(x) = 15x^2(3x^2 + 8x - 6) + 5x^3(6x + 8)$
63. $f'(x) = \frac{(4x^3-14x+12)(x-3)-(x^4-7x^2+12x-7)}{(x-3)^2}$
64. $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{(x+1)(x-1)^3}}$
65. $f'(x) = 10\frac{x-2}{(2x+1)^3}$
66. $f'(x) = 100(x^3 - 1)^{99}3x^2$
67. $f'(x) = cos(e^x)e^x$
68. $f'(x) = 3(sec(3x))^2$
69. y = 2x - 1
70. Todos os valores de x para os quais sen(x) = -1
72. x = 5 e x = -5
73. a) 50 e b) 51
74. a) 0,2 b) 0,3 e 0,4
75. a) 20 e b) 20,48
76. a) $x < -2$ crescente,$-2 < x < 1$ decrescente e $x > 1$ crescente.
b)$x < -3$ decrescente, $-3 < x < 0$ decrecente e $x > 0$ crescente.

c) $x < 0$ crescente, $0 < x < 2$ decrescente, $2 < x < 4$ decrescente e $x > 4$ crescente.

d) $x < 0$ decrescente e $x > 0$ crescente.

e) $x < -1,55$ crescente, $-1,55 < x < 0,22$ decrescente e $x > 0,22$ crescente.

77. a) $x < -3$ decrescente e côncava para cima, $-3 < x < -1$ decrescente e côncava para baixo, $-1 < x < 0$ decrescente e côncava para cima e $x > 0$ crescente e côncava para cima.

b) $x < -1$ decrescente e côncava para baixo, $-1 < x < 1$ crescente e côncava para baixo, $1 < x < 2$ decrescente e côncava para baixo e $x > 2$ decrescente e côncava para cima.

78. (-2,13) máximo relativo e (1,-14) mínimo relativo.

79. a) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$
b) $4(t^{\frac{5}{4}} - t^{\frac{7}{4}}) + c$
c) $\frac{2}{7}u^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{5}u^{\frac{5}{2}} + c$
d) $\frac{x^2}{2} + x + ln(x) + c$
e) $2(y^{\frac{3}{2}} + y^{-1}) + ln(y) + c$
f) $2e^u + 6ln(u) + u(ln(u) + 1) + c$
g) $3tg(x)$
h) $-ln(cos(x)) + c$
i) $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + c$
j) $\frac{ln(5x)^2}{2} + c$
k) $-\frac{1}{6}cos(3x^2)x + \frac{\sqrt{6\pi}}{36}FresnelC(\sqrt{\frac{6}{\pi}}x)$, onde $FresnelC(x) = \int_0^x cos(\frac{\pi t^2}{2})dt$
l)$\sqrt{(t^2+8)^3} + c$
80. 10.128
81. 30 m
82. 4,15 partes por milhão
83. 37,4 m
84. a) 7 b)$0,1(10x + 6x^2 - 0,2x^3)$ c) 100
85. 20 m
86. 27 m
87. $\frac{a(R^2-r^2}{2}$
88. $200 + \frac{4800}{e^{730}}$
89. a) $L(t) = 0,03\sqrt{36 + 16t - t^2} - 0,048$.
A concentração máxima ocorre as 8h. b) 5h

90. 2626 telefones celulares
91. a) $\frac{(2x+6)^3}{6}+c$
b) $-e^{1-x}+c$
c) $\frac{4}{21}(x^3+1)^{\frac{7}{4}}+c$
d) $\frac{(x^2+2x+5)^2}{4}+c$
e) $\frac{ln(5x)^2}{5}+c$
f) $\frac{ln(x^2+1)^2}{2}+c$
g) $\frac{2\sqrt{(x+1)^5}}{5}-\frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{3}+c$
h) $\frac{(x-2)^{31}}{31}+\frac{(x-2)^{30}}{10}+c$
92. a) $\frac{e^5}{5}(x-\frac{1}{5})$
b) $\frac{x^2}{2}(ln(2x)-\frac{1}{2})$
c) $(x^3-3x^2+6x-6)e^x+c$
d) Reescreva o integrando como $x^2(xe^{x^2})$ e obtenha $\frac{e^{x^2}}{2}(x^2-1)$
e) Faça $u=ln(x)$ e $dv=\frac{1}{x^2}dx$ e obtenha $-(\frac{ln(x)+1}{x})+c$
f) $\frac{x^2(x^2-1)^{11}}{22}-\frac{(x^2-1)^{12}}{264}+c$
94. a) $-\frac{1}{6}ln(\left|\frac{x}{3x-6}\right|)+c$
b) $\frac{1}{2\sqrt{2}}ln(\left|\frac{\sqrt{2}+x}{\sqrt{2}-x}\right|)+c$
c) $\frac{1}{2}ln(\left|\frac{x}{x+2}\right|)+c$
d) $\frac{1}{2}ln(\left|x+\sqrt{x^2-\frac{9}{4}}\right|)+c$
e) $ln(\left|x+\sqrt{x^2-11}\right|)+c$
f) $-(x^5+5x^4+20x^3+60x^2+120x+120)e^{-x}+c$
95. a) $\frac{1}{2}$
b) $1-ln(4)$
c) $\frac{e^2+1}{4}$
d) $\frac{39}{20}$
e) $\frac{445}{162}$
f) $-\frac{16}{3}$