MAT 141 - Lista de Exercícios

1. Os pontos $A = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $B = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, $C = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$, $D = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ são pontos do plano, dados em coordenadas cartesianas. Determine as coordenadas polares destes pontos.

2. Sabendo que $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{12}$, determine $sen(\frac{5\pi}{12})$, $cos(\frac{5\pi}{12})$ e $tg(\frac{5\pi}{12})$.

3. Sendo $cos(a) = \frac{4}{5}$, determine cos(2a). Quais são os dois valores possíveis para sen(2a)?

4. Falso ou verdadeiro : $2sen(\frac{\pi}{3})cos(\frac{\pi}{4}) = sen(\frac{7\pi}{12}) + sen(\frac{\pi}{12})$ e

   $2sen(\frac{\pi}{4})cos(\frac{\pi}{3}) = sen(\frac{7\pi}{12}) - sen(\frac{\pi}{12})$.

5. Na sequência de números $cos(\pi), cos(\frac{\pi}{2}), cos(\frac{\pi}{3}), ..., cos(\frac{\pi}{2008})$, existem n destes números que são maiores que 0,6. Determine o valor de n.

6. Qual é o periodo da função $f(x) = 4cos(\frac{x}{4} + 3)$.

7. $sen(1200^o)$ é igual a?

8. Uma modelagem para as alturas das marés em um manguezal é dada por $A(t) = 1,6 - 1,4sen(\frac{\pi.t}{6})$, onde t é tempo em horas, contadas a partir da meia noite. Determine os horários nos quais as alturas são 0,2 e 1,6 respectivamente.

9. Diga se as afirmações a seguir são falsas ou se são verdadeiras:

   a) A função $f(x) = log_{\frac{1}{2}}(x - 5)$ é decrescente e intersecta o eixo Ox no ponto (6,0).

   b) A função $f(x) = (\frac{1}{2})^{(x-2)}$ é decrescente e seu gráfico não intersecta o eixo Oy.

10. Determine a inversa da função $f(x) = log_{\frac{1}{2}}(x - 5)$.

11. No estudo populacional de determinado mosquito temos que $N(t) = 20.2^{1,5t}$ é o número de mosquitos, t horas após o início do estudo. Quanto tempo, depois de iniciado o estudo, a população do mosquito duplica?

12. Esboce o gráfico da função $f(x) = 1 - 5.(0,7)^x$.

13. Para quais valores de k, a função $f(x) = (5k - 1)^x$ é decrescente?

14. Uma máquina se deprecia de modo que seu valor t anos após a sua compra é dado por $v(t) = k.2^{-0,2t}$. Se depois de 10 anos ela estiver valendo 12000 reais, determine o valor pelo qual ela foi comprada.

15. Determine o conjunto solução da equação $2^{x-3} + 2^{x-1} + 2^x = 52$.

16. Determine os valores de x e de y que satisfazem $4^x.8^y = \frac{1}{4}$ e $9^x.27^{2y} = 3$.

17. Seja x o número real que satisfaz a equação $log_9(log_2(3x - 1)) = \frac{1}{2}$. É verdade que $(x^{-1} + \frac{1}{2x})^{-x} = \frac{1}{8}$?

18. Se a população de bactérias começa com 100 e dobra a cada 3 horas, então o número de bactérias após t horas é? Quando a população atingirá 50.000 bactérias?

19. Supondo que 1000 reais sejam capitalizados a uma taxa anual de 6 por cento, calcule o saldo após 10 anos, se os juros forem capitalizados:

    a) mensalmente b) diariamente c) continuamente.

20. Determine a equação da reta que contém o ponto (-4,3) e tem coeficiente angular 3.

21. Determine a equação da reta que passa nos pontos (-2,-3), (4,3).

22. Determine a equação da reta mediatriz do segmento de extremos (7,3) e (11, 13).

23. Determinar k de forma que as retas de equações 7x + ky + 36 , y = x - 4 , x + 2y - 6 = 0 sejam concorrentes.

24. Dado o triângulo de vértices (-3 , 2) , (3 , -2) , (0 , 1) determine:

    a) as equações das retas suportes das medianas e seu ponto comum.

    b) as equações das reta suportes das alturas e seu ponto comum.

    c) as equações das reta suportes das mediatrizes e seu ponto comum.

    d) verifique que estes tres pontos são colineares .

25. escrever a equação do lugar geométrico descrito por um ponto cuja distância a reta de equação x = 4 seja o dobro da distância a reta y = 3.

26. Determine a distância do ponto (3,7) até a reta de equação 2x - 5y + 12 = 0.

27. Encontre o valor de k para que a distância do ponto (2,3) até a reta de equação 8x + 15y + k = 0 seja 5.

28. Determine a equação da circunferência de centro (3,2), que tangencia a reta de equação 5x +3y - 1 = 0.

29. Determine a equação da circunferência que contém os pontos (0,0), (1,0), (0,1).

30. Encontre a equação da parábola cuja reta diretriz é paralela ao eixo dos x e que passa nos pontos (-2,1) , (1,2) e (-1,3).

31. Dada a parábola de equação $x^2 + 8y - 6x + 4 = 0$, determine as coordenadas do vértice,do foco e a equação da reta diretriz.

32. Encontre a equaçao da parábola com vértice (-2,3) e foco (1,3).

33. Encontre a equação da parábola que tem seu vértice na reta $2y-3x = 0$, sua reta diretriz sendo paralela ao eixo dos x e que passa nos pontos (3,5) e (6,-1).

34. O segmento $\overline{AB}$ tem 12 unidades de comprimento e tem um ponto P = (x,y) que dista 8 unidades de A. O segmento se move de tal forma que A está sempre no eixo-x e B está sempre no eixo-y. Determine a equação da curva percorrida por P.

    Resp. $3x^2 + 4y^2 = 192$

35. Dada a elipse de equação $4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$, determine seus elementos principais.

36. A órbita da terra é uma elipse com o sol em um dos focos. Sabendo que o semi-eixo maior da elipse mede 148800000 km e a excentricidade é aproximadamente $\frac{1}{62}$, calcule a maior e a menor distância da terra para o sol.

37. Encontre a equação da elipse com seu foco em (4,-3), reta diretriz x = -1 e excentricidade $e = \frac{2}{3}$.

    Resp. $\frac{(x-8)^2}{36} + \frac{(y+3)^2}{20} = 1$

38. Determine o lugar geométrico dos pontos P = (x,y) tais o produto do coeficiente angular da reta que passa em P e em (3,-2) com o coeficiente angular da reta que passa em P e em (-2,1) é -6.

    Resp. Elipse de equação $6x^2 + y^2 - 6x + y - 38 = 0$.

39. Encontre a equação da elipse que passa nos pontos (0,1), (1,-1), (2,2), (4,0) e cujos eixos são paralelos aos eixos coordenados.

    Resp. Uma é $28x^2 + 64y^2 - 84x - 49 = 0$, qual é a outra?

40. Encontre os elementos principais da hipérbole:

    a) $4x^2 - 45y^2 = 180$.

    b) $x^2 - y^2 = 25$

41. Determine a equação da hipérbole com focos (0,3) e (0,-3) e eixo conjugado de comprimento 5.

42. Encontre a equação da hipérbole cujo centro é (0,0), um vértice é (6,0) e a equação de uma assíntota é $4x + 3y = 0$.

43. Encontre a equação da hipérbole que passa no ponto (4,6) e cuja assíntotas são $y = \sqrt{3}x$ e $y = -\sqrt{3}x$.

44. Determine a nova equação da elipse $2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y = 7$, quando a origem é transladada para (2,-1).

    Resp.$2x'^2 + 3y'^2 = 18$.

45. Determine a translação dos eixos que transforma a equação $3x^2 - 4y^2 + 6x + 24y = 138$ em uma equação na qual os coeficientes de primeiro grau são nulos.

    Resp. O vetor da translação tem coordenadas (-1,3).

46. Use uma translação de eixos para remover os termos de grau 1 da equação $2xy - x - y + 4 = 0$.

    Resp. $4xy + 7 = 0$

47. Determine a equação da parábola $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$, quando os eixos forem rotacionados de $\pi/4$.

    Resp. $2x'^2 - \sqrt{2}x' - 3\sqrt{2}y' + 3 = 0$.

48. Determine o ângulo que os eixos devem ser rotacionados para remover o termo xy da equação $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 = 16$.

    Resp. $\theta = \pi/6$. A equação transformada é a elipse $x'^2 + 4y'^2 = 4$.

49. Determine a distância entre P e Q, sabendo que (40,π/3) e (1,π/6) são as coordenadas polares de P e de Q respectivamente.

50. Escreva a equação polar da circunferência de centro A e raio 5, onde (5,0) coordenadas polares de A.

    Resp. $r = 10cos(\theta)$

51. Encontre a área do triângulo cujos vértices têm as seguintes coordenadas polares: (0,0), (6,π/9), (9,5π/18).

    Resp. 13,5

52. Encontre a equação polar da reta que passa no ponto de coordenadas polares (2,π/6) e é perpendicular ao eixo polar.

    Resp. $r = \sqrt{3}sec(\theta)$

53. Encontre as equações polares das retas paralelas ao eixo polar e que distam 4 unidades deste eixo.

    Resp, Uma delas é $r = 4cosec(\theta)$

54. Encontre a equação polar da elipse $9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$.

    Resp. $r^2(4 + 5cos(\theta)^2) = 36$

55. Encontre a forma cartesiana das seguintes equações:

    a) $r = 3cos(\theta)$.

    b) $r = \frac{4}{1-cos(\theta)}$.

    c) $r = \frac{1}{1-2sen(\theta)}$.

    Resp. $x^2 + y^2 - 3x = 0$ (circunferência); $y^2 - 8x - 16 = 0$ (parábola); $x^2 - 3y^2 - 4y - 1 = 0$ (hipérbole).

56. A curva de equação polar $r^2 = 9cos(\theta)$ é chamada de leminiscata. Faça um esboço desta curva.

57. A curva de equação polar $r = 5(1 + cos(\theta))$ é chamada de cardióide. Faça um esboço desta curva.

58. A curva de equação polar $r = 10sen(2\theta)$ é um trevo de 4 folhas. Faça um esboço desta curva e que ela lhe traga muita sorte.

59. Use vetores para verificar que o segmento que une os dois lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado e tem por medida a metade da medida deste lado.

60. Use vetores para provar que os pontos médios dos lados de um quadrilátero são vértices de um paralelogramo.

61. Dados 4 pontos A, B, C, X tais que $\vec{AX}= m\ \vec{XB}$, exprima $\vec{CX}$ em função de $\vec{CA}$, de $\vec{CB}$ e de m.

62. Seja CX a altura do $\triangle ABC$ relativa ao vértice C. Exprima $\vec{CX}$ e X em função de A, $\vec{CA}$, $\vec{CB}$.

63. Seja ABCD um quadrilátero e O um ponto qualquer. Seja P o ponto médio do segmento que une os pontos médios das diagonais deste quadrilátero. Verifique que $P = O + \frac{(\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}+\vec{OD})}{4}$

64. Considere um $\triangle ABC$ e sejam $\vec{CA}=\vec{u}$, $\vec{CB}=\vec{v}$ e $\vec{w}=\vec{u}\ -2\ \vec{v}$. Calcule a número real a para que o ponto $X + a\ \vec{w}$ pertença à reta AB.