

## 1. Questão 1 (50%)

O algoritmo de chave secreta a seguir criptografa um bloco de 64 bits, como no DES. (a) Escrever a função inversa nesta pseudo-linguagem, e (b) demonstrar que a sua inversa é correta.

Os parâmetros  $SBoxes$ ,  $AuxiliaryKeys$ ,  $rotateSchedule$ , e  $Nrounds$  são pré-definidos ou pré-calculados.  $L$  e  $R$  são de 32 bits. Cada elemento da matriz  $SBoxes$  é de 32 bits.  $Nrounds$  deve ser um múltiplo de 8.  $[L \text{ and } \#FF]$  são os 8 bits à direita de  $L$ .  $TROCA[L, R]$  significa trocar  $L$  com  $R$ .  $RotateRight(L, a)$  significa deslocar  $L$  circularmente para a direita  $a$  bits.

```

 $L, R : \text{int32};$                                      // entrada de 64 bits
 $Nrounds, i : \text{integer};$                          // múltiplo de 8
 $Sboxes : \text{array}[1..Nrounds/8]$ 
    of array [0..255] of int32;
 $AuxiliaryKeys : \text{array}[1..4]$  of int32;
 $rotateSchedule : \text{array}[1..8] :=$ 
    [16, 16, 8, 8, 16, 16, 24, 24]
 $round, indice : \text{integer}$ 
 $L := L \text{ xor } AuxiliaryKeys[1];$ 
 $R := R \text{ xor } AuxiliaryKeys[2];$ 
 $indice := 1;$ 
for  $round := 1$  to  $Nrounds$  do
begin
 $R := R \text{ xor } Sboxes[indice][L \text{ and } \#FF];$ 
 $i := 1 + (round - 1) \text{ mod } 8;$ 
 $L := RotateRight[L, rotateSchedule[i]];$            // desloca circularm/
 $TROCA[L, R];$                                     // troca  $L$  com  $R$ 
if ( $round \text{ mod } 8 = 0$ )
    then  $indice := indice + 1;$ 
end;
 $L := L \text{ xor } AuxiliaryKeys[3];$ 
 $R := R \text{ xor } AuxiliaryKeys[4];$                   //  $(L, R)$  saída de 64 bits

```

## 2. Questão 2 (50%)

O Algoritmo de Euclides estendido é como segue:

**Entrada:** inteiros  $a > 0$  e  $b > 0$ .

**Saída:**  $\text{mdc}(a, b)$  e inteiros  $u$  e  $v$  tais que  $\text{mdc}(a, b) = u \times a + v \times b$

1.  $u_{-2} \leftarrow 1; v_{-2} \leftarrow 0; u_{-1} \leftarrow 0; v_{-1} \leftarrow 1; x_{-2} \leftarrow a; x_{-1} \leftarrow b; i \leftarrow 0$  (note que  $x_i = u_i \times a + v_i \times b$  para  $i = -2$  e para  $i = -1$ )
2. **enquanto**  $x_{i-1} \neq 0$  **faz**{

  - 2.1  $q_i \leftarrow$  quociente de  $x_{i-2}/x_{i-1}$ ;
  - 2.2  $x_i \leftarrow x_{i-2} \bmod x_{i-1}$ ;
  - 2.3  $u_i \leftarrow u_{i-2} - q_i \times u_{i-1}$ ;
  - 2.4  $v_i \leftarrow v_{i-2} - q_i \times v_{i-1}$ ;
  - 2.5  $i \leftarrow i + 1$ ;
  - 2.6 } /\* fim-enquanto \*/

3. Resposta é  $x_{i-2}$  tal que  $\text{mdc}(a, b) = x_{i-2} = u_{i-2} \times a + v_{i-2} \times b$ .  $\square$

Esta questão consiste em:

- (a) Executar este Algoritmo para  $a = 48, b = 31$ , mostrando os valores intermediários de

$i$	$x_{i-2}$	$x_{i-1}$	$q_i$	$x_i \leftarrow x_{i-2} \bmod x_{i-1}$	$u_i$	$v_i$	$i + 1$

- (b) Demonstrar que de fato o algoritmo calcula

1.  $x_{i-2} = \text{mdc}(a, b)$  e
2. inteiros  $u$  e  $v$  tais que  $\text{mdc}(a, b) = u \times a + v \times b$

FIM FIM FIM