

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução e motivações</b>	<b>15</b>
1.1	Problemas de sigilo e autenticidade . . . . .	16
1.2	Organização do texto . . . . .	18
1.3	O que é criptografia? . . . . .	18
1.3.1	Cifra de César . . . . .	18
1.3.2	Criptografia e decriptografia . . . . .	20
1.3.3	Quebra e ataque em criptografia . . . . .	20
1.3.4	Criptografia aberta . . . . .	21
1.3.5	Como provar que um algoritmo criptográfico é seguro? O caso AES . . . . .	21
1.4	Criptanálise e seus tipos . . . . .	22
1.4.1	Freqüência de letras na língua – vulnerabilidade . . . . .	25
1.5	Substituição simples . . . . .	25
1.6	Cifra de Vigenère . . . . .	26
1.7	Cifra de Vigenère-Vernam . . . . .	27
1.8	Transposição (ou permutação) . . . . .	28
1.9	Composição . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Teoria da informação – Entropia</b>	<b>31</b>
2.1	Difusão e confusão . . . . .	31
2.2	Entropia . . . . .	32
2.3	Segurança perfeita . . . . .	33
2.3.1	Chaves igualmente prováveis . . . . .	35
2.3.2	Condição necessária e suficiente para segurança perfeita	36
2.3.3	<i>One-time-pad</i> . . . . .	38
2.4	Criptossistema aleatório . . . . .	39
2.4.1	Redundância . . . . .	40
2.4.2	Distância de unicidade . . . . .	41

2.4.3	Exemplo de redundância e distância de unicidade . . . . .	41
<b>3</b>	<b>Criptografia de chave secreta</b>	<b>43</b>
3.1	<i>Data Encryption Standard – DES</i> . . . . .	44
3.1.1	Esquema geral do DES . . . . .	45
3.1.2	Uma iteração DES . . . . .	47
3.1.3	A função de iteração $f_{K_j}(D_j)$ . . . . .	47
3.1.4	Geração de subchaves $K_j$ . . . . .	49
3.1.5	Descrição das S-boxes . . . . .	50
3.1.6	Decriptografia DES . . . . .	51
3.1.7	Tabelas DES . . . . .	53
3.1.8	Quebrar o DES? . . . . .	58
3.1.9	Exercício . . . . .	59
3.2	<i>International Data Encryption Algorithm – IDEA</i> . . . . .	59
3.2.1	As três operações básicas do IDEA . . . . .	59
3.2.2	Geração das subchaves . . . . .	60
3.2.3	Uma iteração ( <i>round</i> ) do IDEA . . . . .	62
3.2.4	Decriptografia pelo algoritmo IDEA . . . . .	67
3.2.5	Dados para teste . . . . .	68
3.2.6	Exercício . . . . .	68
3.3	<i>Secure And Fast Encryption Routine – SAFER K-64</i> . . . . .	69
3.3.1	Descrição de uma iteração . . . . .	69
3.3.2	Descrição da transformação final $T$ . . . . .	71
3.3.3	Descrição da geração das subchaves . . . . .	71
3.3.4	Descrição do algoritmo inverso do SAFER . . . . .	71
3.3.5	Ilustração do algoritmo SAFER . . . . .	72
3.4	RC5 . . . . .	73
3.4.1	Parâmetros do RC5 . . . . .	73
3.4.2	Operações básicas do RC5 . . . . .	73
3.4.3	Algoritmo de geração de subchaves RC5 . . . . .	74
3.4.4	Algoritmo de criptografia RC5 . . . . .	76
3.4.5	Algoritmo de decriptografia RC5 . . . . .	76
3.4.6	Dados para testes do RC5 . . . . .	77
3.5	RC6 . . . . .	77
3.5.1	Parâmetros do RC6 . . . . .	77
3.5.2	Operações básicas do RC6 . . . . .	77
3.5.3	Algoritmo de criptografia RC6 . . . . .	78
3.5.4	Decriptografia RC6 . . . . .	79

3.5.5	Geração de subchaves RC6 . . . . .	80
3.5.6	Dados para teste do RC6 . . . . .	81
3.6	<i>Fast Encryption Algorithm – FEAL</i> . . . . .	83
3.7	<i>Advanced Encryption Standard - AES</i> . . . . .	87
3.7.1	Esquema geral do AES-Rijndael . . . . .	89
3.7.2	<i>SubBytes(Bloco)</i> . . . . .	92
3.7.3	<i>ShiftRows(Bloco)</i> . . . . .	97
3.7.4	<i>MixColumns(Bloco)</i> . . . . .	98
3.7.5	<i>AddRoundKey (Bloco, ExpandedKey)</i> . . . . .	102
3.7.6	Geração de subchaves ( <i>key schedule</i> ) . . . . .	102
3.7.7	Valores de teste da geração de subchaves . . . . .	107
3.7.8	Valores de teste do AES . . . . .	108
3.7.9	Inversa do AES-Rijndael . . . . .	108
3.7.10	Criptanálise do Rijndael . . . . .	110
3.7.11	AES simplificado . . . . .	111
3.8	Criptanálise diferencial – CD . . . . .	111
3.9	Criptanálise linear – CL . . . . .	112
3.10	Fortalecimento contra CD e CL . . . . .	112
3.11	Modos de operação . . . . .	113
3.11.1	Modo ECB – <i>Electronic Code Book Mode</i> . . . . .	114
3.11.2	Modo CBC – <i>Cipher Block Chaining Mode</i> . . . . .	114
3.11.3	Modo CFB – <i>s-Cipher Feedback Mode</i> . . . . .	115
3.11.4	Modo OFB – <i>s-Output Feedback Mode</i> . . . . .	116
3.11.5	Modo Contador ( <i>Counter Mode</i> ) . . . . .	116
<b>4</b>	<b>Criptografia de chave pública</b> . . . . .	<b>121</b>
4.1	Problema do logaritmo discreto . . . . .	124
4.2	Diffie-Hellman . . . . .	125
4.2.1	Ataque ativo do tipo <i>man-in-the-middle</i> . . . . .	126
4.2.2	Protocolo Diffie-Hellman modificado . . . . .	127
4.2.3	Um exemplo do protocolo modificado . . . . .	127
4.3	Algoritmo RSA . . . . .	127
4.3.1	Cálculo de um par de chaves . . . . .	128
4.3.2	Algoritmo de criptografia e decriptografia . . . . .	128
4.3.3	Autenticação do receptor . . . . .	129
4.3.4	Criptanálise do RSA – “calcanhar-de-aquiles” . . . . .	129
4.3.5	Autenticação do remetente . . . . .	131
4.3.6	Verificação de integridade – “Cheque” eletrônico . . . . .	133

4.3.7	Exemplo numérico maior de RSA . . . . .	133
4.3.8	Demonstração da inversa do algoritmo RSA . . . . .	133
4.3.9	Algoritmo de exponenciação modular . . . . .	134
4.3.10	Segurança do RSA – fatoração e outras formas de recalcular a chave secreta do RSA . . . . .	134
4.3.11	Como calcular primos longos . . . . .	137
4.3.12	Exercícios . . . . .	144
4.4	Algoritmo Rabin de criptografia . . . . .	145
4.4.1	Cálculo de um par de chaves . . . . .	146
4.4.2	Algoritmo de criptografia . . . . .	146
4.4.3	Algoritmo de decriptografia . . . . .	146
4.4.4	Autenticação do receptor . . . . .	147
4.4.5	Criptanálise do algoritmo . . . . .	147
4.4.6	Exemplo do algoritmo . . . . .	147
4.5	O Algoritmo ElGamal de chave pública . . . . .	148
4.5.1	Algoritmo de criptografia . . . . .	148
4.5.2	Algoritmo de decriptografia . . . . .	149
4.5.3	Um exemplo numérico . . . . .	149
4.5.4	Segurança do Algoritmo ElGamal . . . . .	149
4.5.5	Observações . . . . .	150
4.5.6	Demonstração da função inversa . . . . .	150
4.6	Problema do logaritmo discreto geral . . . . .	150
4.7	O Algoritmo ElGamal geral . . . . .	151
4.7.1	Algoritmo de criptografia . . . . .	151
4.7.2	Algoritmo de decriptografia . . . . .	152
4.7.3	Exemplos de grupos $G$ para ElGamal . . . . .	152
4.7.4	Corpo finito de Galois . . . . .	152
4.8	Curvas elípticas . . . . .	158
4.8.1	Problema do logaritmo discreto sobre curvas elípticas – PLD-CE . . . . .	165
4.8.2	Criptossistema ElGamal sobre curva elíptica . . . . .	166
4.8.3	Criptossistema Menezes-Vanstone . . . . .	167
4.8.4	Curvas elípticas sobre $GF(2^m)$ . . . . .	169
4.8.5	Algoritmo ElGamal sobre curvas elípticas em Corpo Finito de Galois . . . . .	170
4.8.6	Curvas elípticas na web . . . . .	171
4.9	Algoritmo MH . . . . .	171
4.9.1	Cálculo de um par de chaves MH . . . . .	172

4.9.2	Algoritmo de criptografia MH . . . . .	172
4.9.3	Algoritmo de decriptografia MH . . . . .	172
4.9.4	Algoritmo auxiliar para a decriptografia MH . . . . .	174
4.9.5	Autenticação do receptor . . . . .	174
4.9.6	Criptanálise do Algoritmo MH . . . . .	174
4.9.7	Exemplo do Algoritmo MH . . . . .	175
4.9.8	Algoritmo MH iterado . . . . .	176
4.10	Certificado digital - X.509 . . . . .	176
4.11	<i>Smart-card</i> . . . . .	177
4.12	Exercícios . . . . .	178
<b>5</b>	<b>Autenticação e identificação</b>	<b>181</b>
5.1	Jogo de cara-e-coroa por telefone . . . . .	182
5.2	Protocolo de identificação Feige, Fiat e Shamir . . . . .	183
5.2.1	Se não houvesse desafio . . . . .	184
5.2.2	Primeira forma de personificar Alice . . . . .	184
5.2.3	Segunda forma de personificar Alice . . . . .	185
5.2.4	Informação secreta revelada por Alice . . . . .	185
5.2.5	Como generalizar para mais de um segredo para Alice .	185
5.2.6	<i>Smartcards</i> . . . . .	186
5.3	Protocolo de identificação GQ . . . . .	186
5.3.1	Escolha dos parâmetros . . . . .	186
5.3.2	Escolha dos parâmetros para cada usuário . . . . .	186
5.3.3	Protocolo de identificação . . . . .	187
5.3.4	Personificação . . . . .	188
5.3.5	Exemplo . . . . .	188
5.4	Protocolo de identificação Schnorr . . . . .	189
5.4.1	Escolha dos parâmetros . . . . .	190
5.4.2	Escolha dos parâmetros para cada usuário . . . . .	190
5.4.3	Protocolo de identificação . . . . .	190
5.4.4	Um exemplo numérico . . . . .	191
5.4.5	Personificação . . . . .	192
<b>6</b>	<b>Assinatura criptográfica</b>	<b>193</b>
6.1	Assinatura RSA . . . . .	194
6.2	Algoritmo Rabin de assinatura . . . . .	195
6.2.1	Propriedades preliminares . . . . .	195
6.2.2	Parâmetros da Alice . . . . .	196

6.2.3	Assinatura da Alice sobre uma mensagem $m$ . . . . .	196
6.2.4	Verificação da assinatura . . . . .	196
6.2.5	Esquema de assinatura Rabin falsificável . . . . .	197
6.3	Assinatura Feige-Fiat-Shamir . . . . .	198
6.3.1	Criação da assinatura por Alice . . . . .	199
6.3.2	Verificação da assinatura . . . . .	200
6.3.3	Falsificação de uma assinatura . . . . .	200
6.4	Esquema de assinatura GQ . . . . .	201
6.4.1	Escolha dos parâmetros . . . . .	201
6.4.2	Criação da assinatura GQ . . . . .	202
6.4.3	Verificação da assinatura GQ . . . . .	202
6.4.4	Probabilidade de falsificação de uma assinatura . . . . .	203
6.5	O Algoritmo ElGamal de assinatura . . . . .	203
6.5.1	Algoritmo para assinar . . . . .	203
6.5.2	Algoritmo para verificar assinatura $(y, z)$ . . . . .	204
6.5.3	Observações . . . . .	204
6.5.4	Um exemplo numérico . . . . .	204
6.5.5	Demonstração da verificação . . . . .	205
6.5.6	Segurança da assinatura ElGamal . . . . .	205
6.6	O Algoritmo DSS — <i>Digital Signature Standard</i> . . . . .	206
6.6.1	Algoritmo para Alice assinar $x \in Z_p^*$ . . . . .	207
6.6.2	Algoritmo para Beto verificar a assinatura . . . . .	207
6.6.3	Observações . . . . .	207
6.6.4	Segurança . . . . .	207
6.6.5	Um exemplo numérico . . . . .	207
6.6.6	Demonstração da verificação da assinatura . . . . .	208
6.7	Algoritmo Schnorr de assinatura . . . . .	209
6.7.1	Algoritmo para assinar . . . . .	210
6.7.2	Algoritmo para verificar uma assinatura . . . . .	210
6.7.3	Demonstração da verificação da assinatura . . . . .	210
6.7.4	Um exemplo numérico . . . . .	210
6.7.5	Exercícios . . . . .	211
6.8	Assinatura criptográfica na Web . . . . .	211
<b>7</b>	<b>Funções espalhamento</b>	<b>213</b>
7.1	Método Merkle-Damgård . . . . .	215
7.2	Ataque pelo Paradoxo de Aniversário . . . . .	216
7.2.1	Paradoxo de Aniversário . . . . .	217

7.2.2	Algoritmo de Ataque pela Raiz Quadrada . . . . .	219
7.3	Little-endian e big-endian . . . . .	220
7.4	Algoritmo MD4 . . . . .	221
7.4.1	Primeiro passo de MD4 . . . . .	222
7.4.2	Segundo passo de MD4 . . . . .	222
7.4.3	Terceiro passo de MD4 . . . . .	223
7.4.4	Histórico da criptanálise do MD4 . . . . .	224
7.5	Algoritmo MD5 . . . . .	224
7.5.1	Primeiro passo de MD5 . . . . .	226
7.5.2	Segundo passo de MD5 . . . . .	227
7.5.3	Terceiro passo de MD5 . . . . .	228
7.5.4	Quarto passo de MD5 . . . . .	228
7.5.5	Histórico da criptanálise do MD5 . . . . .	229
7.6	Algoritmo SHA - <i>Secure Hash Algorithm</i> . . . . .	229
7.6.1	Histórico da criptanálise do SHA . . . . .	231
7.7	Futuro das funções espalhamento. . . . .	231
<b>A</b>	<b>As tabelas SBox do AES-Rijndael</b>	<b>233</b>
<b>B</b>	<b>Conceitos fundamentais</b>	<b>237</b>
B.1	Grupo . . . . .	237
B.2	Anel . . . . .	238
B.3	Corpo . . . . .	238
B.4	Notação $O()$ e $o()$ . . . . .	239
B.5	Complexidade de algoritmo . . . . .	239
<b>C</b>	<b>Elementos de Teoria dos Números</b>	<b>241</b>
C.1	Resto de divisão e módulo . . . . .	241
C.2	Soma e produto mod $m$ . . . . .	242
C.3	Números primos . . . . .	242
C.4	Algoritmo de Euclides e mdc . . . . .	242
C.4.1	Exemplo de execução do Algoritmo de Euclides . . . . .	243
C.4.2	Algoritmo de Euclides . . . . .	243
C.5	Algoritmo de Euclides estendido . . . . .	244
C.6	Cálculo de inversa multiplicativa mod $m$ . . . . .	246
C.7	Teorema Chinês do Resto – TCR . . . . .	247
C.7.1	Aplicação do TCR em implementação do RSA . . . . .	249
C.8	Raízes quadradas de 1 mod $n$ . . . . .	249

C.9 $Z_n$ e $Z_n^*$ . . . . .	250
C.10 Função $\Phi$ de Euler . . . . .	251
C.11 Gerador ou elemento primitivo de $Z_n^*$ . . . . .	253
C.12 Resíduo quadrático mod $n$ . . . . .	254
C.13 Símbolo de Legendre . . . . .	255
C.14 Símbolo de Jacobi . . . . .	256
C.14.1 Caso particular de $\left(\frac{a}{pq}\right)$ , $p = q = 3 \text{ mod } 4$ . . . . .	260
C.14.2 Exercícios . . . . .	261
C.14.3 Pseudoprimos . . . . .	261
C.15 Teorema de Euler . . . . .	262
C.16 Cálculo de quatro raízes quadradas . . . . .	263
C.17 Fatoração de $n$ . . . . .	264
C.18 Algoritmo de exponenciação . . . . .	265
C.18.1 Exercícios . . . . .	266
C.19 Corpo Finito de Galois . . . . .	267
C.19.1 Soma e produto em $GF(2^m)$ . . . . .	269
C.19.2 Base de espaço vetorial para $GF(2^m)$ . . . . .	274
C.19.3 Exercícios . . . . .	275
<b>D Algoritmo de compressão de dados LZ77</b>	<b>277</b>
D.1 Algoritmo LZ77 em processo de descompressão . . . . .	280
D.2 Conclusões . . . . .	282
<b>E Pretty Good Privacy — PGP</b>	<b>285</b>
<b>F Transport Layer Socket — TLS (SSL)</b>	<b>291</b>
<b>G Implementação do RSA em JAVA</b>	<b>293</b>
<b>H Padronizações de criptografia eletrônica e IACR</b>	<b>299</b>