

MAT3120 - Cálculo III - Lista 2

22 de março de 2012

Entrega: 29/3/2012

Exercício 1. Calcule:

- i) $\iint_B \sin(4x^2 + y^2) \, dx dy$ onde B é o conjunto de todos (x, y) tais que $4x^2 + y^2 \leq 1$ e $y \geq 0$.
- ii) $\iint_B x \, dx dy$ onde B é o conjunto, no plano xy , limitado pela cardióide $\rho = 1 - \cos \theta$.
- iii) $\iint_B xy \, dx dy$ onde B é o círculo $x^2 + y^2 - 2y \leq 0$ com $x \geq 0$.

Exercício 2. Calcule a área da região limitada pela elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, com $a > 0$ e $b > 0$.

Exercício 3. Calcule:

- i) $\iiint_B \sqrt{1 - z^2} \, dx dy dz$ onde B é o conjunto $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$ e $0 \leq y \leq z$.
- ii) $\iiint_B 2z \, dx dy dz$ onde B é o conjunto $4x^2 + 9y^2 + z^2 \leq 4$ com $z \geq 0$.

Exercício 4. Seja $B \subset \mathbb{R}^3$ um conjunto limitado, com fronteira de conteúdo nulo, e seja $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(x, y, z) \geq 0$ em B . Suponha que $\iiint_B f(x, y, z) \, dx dy dz = 0$. Prove que $f(x, y, z) = 0$ em todo ponto interior de B .

Exercício 5. Calcule

$$\iiint_B x \, dx dy dz$$

onde B é o conjunto $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 \leq 1$ com $x \geq 0$.

Exercício 6. Seja $f(x, y, z)$ a função que atribui ao ponto (x, y, z) a sua distância ao plano xy . Calcule

$$\iiint_B f(x, y, z) \, dx dy dz$$

onde B é o conjunto dado por $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ e $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$.

Exercício 7. Calcule

$$\iiint_B (z^2 x^2 + z^2 y^2) \, dx dy dz$$

onde B é o sólido limitado por $x^2 + y^2 \leq 1$, pelo plano $z = 0$ e pelo parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$.