

MAT3120 - Cálculo III - Lista 1

15 de março de 2012

Exercício 1. Prove que se A e B são subconjuntos do plano de conteúdo nulo, então $A \cup B$ tem conteúdo nulo.

Exercício 2. Sejam $f(x)$ e $g(y)$ duas funções contínuas, respectivamente, nos intervalos $[a, b]$ e $[c, d]$. Mostre que:

$$\iint_R f(x)g(y)dxdy = \int_a^b f(x)dx \int_c^d g(y)dy,$$

onde $R = [a, b] \times [c, d]$.

Exercício 3. Justifique porque as integrais abaixo existem, quando existirem, ou diga porque não existem. Caso existam, calcule as mesmas e explique o que você está fazendo para calculá-las neste caso.

i) $\iint_B \frac{1}{x^2 + y^2} dxdy$ em $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

ii) $\iint_R x \cos(xy) dxdy$ em $R = [1, 2] \times [0, 1]$.

iii) $\iint_B y dxdy$ onde B é a região entre os gráficos de $y = x$ e $y = x^2$ com $0 \leq x \leq 2$.

iv) $\iint_B x + y dxdy$ onde B é o paralelogramo de vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(3, 1)$ e $(2, 0)$.

Exercício 4. Calcule o volume dos conjuntos abaixo:

i) $x^2 + y^2 + 3 \leq z \leq 4$

ii) $4x + 2y \leq z \leq 3x + y + 1$, $x \geq 0$ e $y \geq 0$.

Exercício 5. Inverta a ordem de integração das integrais iteradas abaixo (e justifique):

i) $\int_1^e \int_{\ln(x)}^x f(x, y) dy dx$

ii) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\sin(x)}^{\cos(x)} f(x, y) dy dx$

$$\text{iii) } \int_0^1 \int_{2x}^{x+2} f(x, y) dy dx$$

$$\text{iv) } \int_0^1 \int_{x^2}^1 f(x, y) dy dx$$