

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

O surgimento do cálculo infinitesimal: Newton, Leibniz, Bernoulli, Euler

Pierluigi Benevieri

IME – USP

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Este material foi apresentado num seminário do ciclo de palestras *História da matemática*, organizado no IME-USP em março-maio 2015.

Com a exceção da primeira seção, esta apresentação é baseada no texto de E. Giusti: *Piccola storia del calcolo infinitesimale dall'antichità al Novecento*, Istituti editoriali e poligrafici internazionali, Roma, 2007.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

O contexto histórico: o século XVII na Europa

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

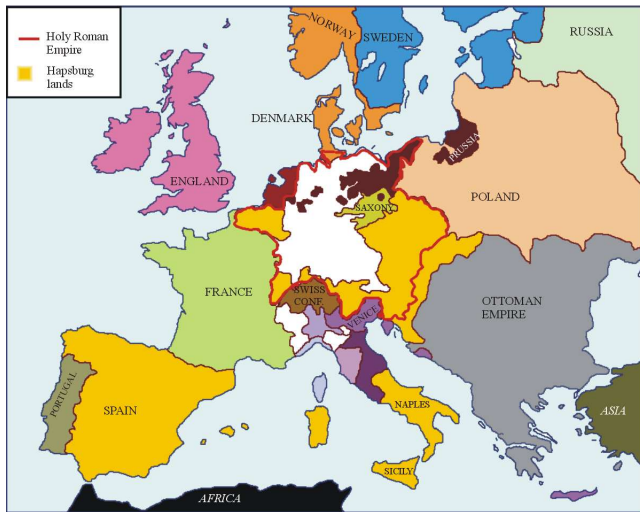
A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler



a Europa em 1650

O século XVII na Europa foi uma época de crise

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

O século XVII na Europa foi uma época de crise

- Guerra dos 30 anos (1618-1648).

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

O século XVII na Europa foi uma época de crise

- Guerra dos 30 anos (1618-1648).
- Voltaram as grandes epidemias: crise da população, agrícola, alimentar.
- Foi um século “selecionador”.

O século XVII na Europa foi uma época de crise

- Guerra dos 30 anos (1618-1648).
- Voltaram as grandes epidemias: crise da população, agrícola, alimentar.
- Foi um século “selecionador”.
- Do ponto de vista científico foi uma época crucial: grande desenvolvimento da física e da matemática. Circulação de ideias e de pesquisadores.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:

Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

O século XVII na Europa foi uma época de crise

- Guerra dos 30 anos (1618-1648).
- Voltaram as grandes epidemias: crise da população, agrícola, alimentar.
- Foi um século “selecionador”.
- Do ponto de vista científico foi uma época crucial: grande desenvolvimento da física e da matemática. Circulação de ideias e de pesquisadores.
- Surgimento das academias e fortalecimento das universidades.

O século XVII na Europa foi uma época de crise

- Guerra dos 30 anos (1618-1648).
- Voltaram as grandes epidemias: crise da população, agrícola, alimentar.
- Foi um século “selecionador” .
- Do ponto de vista científico foi uma época crucial: grande desenvolvimento da física e da matemática. Circulação de ideias e de pesquisadores.
- Surgimento das academias e fortalecimento das universidades.
- Aumento da divulgação e da difusão do conhecimento: efeitos de longo prazo da invenção, em 1455, da máquina de impressão com caracteres móveis (Johannes Gutenberg, aprox. 1398-1468).

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- O problema das quadraturas (áreas e volumes) é antiquíssimo:

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- O problema das quadraturas (áreas e volumes) é antiquíssimo:
- Arquimédes calcula áreas e volumes usando o método de exaustão.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:

Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- O problema das quadraturas (áreas e volumes) é antiquíssimo:
- Arquimédes calcula áreas e volumes usando o método de exaustão. A geometria árabe retoma os problemas depois de mil anos (al-Haytham, 965-1039 d.C.).

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- O problema das quadraturas (áreas e volumes) é antiquíssimo:
- Arquimédes calcula áreas e volumes usando o método de exaustão. A geometria árabe retoma os problemas depois de mil anos (al-Haytham, 965-1039 d.C.).
- Na Europa, o interesse se renova a partir do séc. XVI.

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- O problema das quadraturas (áreas e volumes) é antiquíssimo:
- Arquimédes calcula áreas e volumes usando o método de exaustão. A geometria árabe retoma os problemas depois de mil anos (al-Haytham, 965-1039 d.C.).
- Na Europa, o interesse se renova a partir do séc. XVI.
- Antes do final do séc. XVI os *Elementos* de Euclides já têm mais de cinquenta edições.

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- O problema das quadraturas (áreas e volumes) é antiquíssimo:
- Arquimédes calcula áreas e volumes usando o método de exaustão. A geometria árabe retoma os problemas depois de mil anos (al-Haytham, 965-1039 d.C.).
- Na Europa, o interesse se renova a partir do séc. XVI.
- Antes do final do séc. XVI os *Elementos* de Euclides já têm mais de cinquenta edições.
- A publicação das obras conhecidas de Arquimedes (Basiléia, 1543) suscita grande interesse.

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

O surgimento do cálculo infinitesimal

O contexto histórico

Próximos à invenção do cálculo

O problema das tangentes: o método de Fermat

A invenção do cálculo: Leibniz e Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do cálculo

Os Bernoulli
Euler

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- Ao contrário, o problema da determinação da tangente a uma curva foi resolvido por Apolônio (262-190 a.C.) para as seções cônicas ...

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- Ao contrário, o problema da determinação da tangente a uma curva foi resolvido por Apolônio (262-190 a.C.) para as seções cônicas ... e depois mais nada ou quase.

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- Ao contrário, o problema da determinação da tangente a uma curva foi resolvido por Apolônio (262-190 a.C.) para as seções cônicas ... e depois mais nada ou quase.
- Temos uma explicação para isso? Podemos dizer duas coisas:

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- Ao contrário, o problema da determinação da tangente a uma curva foi resolvido por Apolônio (262-190 a.C.) para as seções cônicas ... e depois mais nada ou quase.
- Temos uma explicação para isso? Podemos dizer duas coisas:
 - 1 a geometria clássica não consegue se separar do problema particular (da figura particular) para elaborar soluções para uma completa classe de figuras;

Os dois problemas que levam à invenção do cálculo infinitesimal: as quadraturas e as tangentes

- Ao contrário, o problema da determinação da tangente a uma curva foi resolvido por Apolônio (262-190 a.C.) para as seções cônicas ... e depois mais nada ou quase.
- Temos uma explicação para isso? Podemos dizer duas coisas:
 - ① a geometria clássica não consegue se separar do problema particular (da figura particular) para elaborar soluções para uma completa classe de figuras;
 - ② com Descartes (1637) as curvas são finalmente descritas através de uma equação (*e estudadas privilegiando a equação*). Não são mais um objeto geométrico determinado por propriedades específicas, mas o lugar dos pontos que satisfazem uma equação $F(x, y) = 0$.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

No séc. XVII são apresentados três métodos para a
determinação das retas tangentes a uma curva:

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

No séc. XVII são apresentados três métodos para a
determinação das retas tangentes a uma curva:

① Descartes em la *Géométrie* (1637);

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

No séc. XVII são apresentados três métodos para a
determinação das retas tangentes a uma curva:

- 1 Descartes em la *Géométrie* (1637);
- 2 Fermat em uma carta a Marin Mersenne (1638);

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

No séc. XVII são apresentados três métodos para a
determinação das retas tangentes a uma curva:

- 1 Descartes em la *Géométrie* (1637);
- 2 Fermat em uma carta a Marin Mersenne (1638);
- 3 Roberval em uma carta a Mersenne (1644);

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

No séc. XVII são apresentados três métodos para a
determinação das retas tangentes a uma curva:

- 1 Descartes em la *Géométrie* (1637);
- 2 Fermat em uma carta a Marin Mersenne (1638);
- 3 Roberval em uma carta a Mersenne (1644);

O método mais interes-
sante é aquele de Fermat.



Pierre de Fermat (1601-1665)

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Fermat introduz a *adequação*, uma relação obtida escrevendo a equação da curva estudada pelos pontos da tangente.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Fermat introduz a *adequação*, uma relação obtida escrevendo a equação da curva estudada pelos pontos da tangente.
- O exemplo da parábola $y = px^2$:

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Fermat introduz a *adequação*, uma relação obtida escrevendo a equação da curva estudada pelos pontos da tangente.
- O exemplo da parábola $y = px^2$: procuramos a reta tangente $y - y_0 = m(x - x_0)$;

- Fermat introduz a *adequação*, uma relação obtida escrevendo a equação da curva estudada pelos pontos da tangente.
- O exemplo da parábola $y = px^2$: procuramos a reta tangente $y - y_0 = m(x - x_0)$;
- obtemos a adequação $px^2 - y_0 \approx m(x - x_0)$,

- Fermat introduz a *adequação*, uma relação obtida escrevendo a equação da curva estudada pelos pontos da tangente.
- O exemplo da parábola $y = px^2$: procuramos a reta tangente $y - y_0 = m(x - x_0)$;

- obtemos a adequação $px^2 - y_0 \approx m(x - x_0)$, ou seja, $px^2 - px_0^2 \approx m(x - x_0)$.

- Simplificando (e supondo $x \neq x_0$), temos

$$p(x + x_0) \approx m$$

- Se $x = x_0$, temos finalmente $m = 2px_0$, que é o coeficiente angular da reta tangente.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O método de Fermat é muito geral e se aplica a curvas algébricas e transcendententes,

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O método de Fermat é muito geral e se aplica a curvas algébricas e transcendententes,
- mas entra em crise diante de equações complicadas, por exemplo com muitos radicais.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O método de Fermat é muito geral e se aplica a curvas algébricas e transcendentas,
- mas entra em crise diante de equações complicadas, por exemplo com muitos radicais.
- Na procura do máximo ou do mínimo de uma “função” $F(x)$ Fermat quer os pontos com tangente horizontal.

- O método de Fermat é muito geral e se aplica a curvas algébricas e transcendentas,
- mas entra em crise diante de equações complicadas, por exemplo com muitos radicais.
- Na procura do máximo ou do mínimo de uma “função” $F(x)$ Fermat quer os pontos com tangente horizontal.
- Considera, dado x_0 , a adequação

$$\frac{F(x) - F(x_0)}{x - x_0} \approx 0$$

- O método de Fermat é muito geral e se aplica a curvas algébricas e transcendentas,
- mas entra em crise diante de equações complicadas, por exemplo com muitos radicais.
- Na procura do máximo ou do mínimo de uma “função” $F(x)$ Fermat quer os pontos com tangente horizontal.
- Considera, dado x_0 , a adequação

$$\frac{F(x) - F(x_0)}{x - x_0} \approx 0$$

- e põe $x_0 = 0$ para obter uma verdadeira equação

$$\frac{F(x) - F(x_0)}{x - x_0} \Big|_{x=x_0} = 0.$$

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Não foram poucos os matemáticos que, ao longo do tempo, viram no processo acima a primeira aparição da derivada. Lagrange (1736-1813) entre eles.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Não foram poucos os matemáticos que, ao longo do tempo, viram no processo acima a primeira aparição da derivada. Lagrange (1736-1813) entre eles.
- Pode se aceitar esta ideia?

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:

Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Não foram poucos os matemáticos que, ao longo do tempo, viram no processo acima a primeira aparição da derivada. Lagrange (1736-1813) entre eles.
- Pode se aceitar esta ideia? A resposta é **não**. **Tudo podemos dizer do método de Fermat, menos que isso introduz a derivada.**
- A derivada é uma operação que associa a uma função $F(x)$ uma outra $F'(x)$ e que possui regras.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Não foram poucos os matemáticos que, ao longo do tempo, viram no processo acima a primeira aparição da derivada. Lagrange (1736-1813) entre eles.
- Pode se aceitar esta ideia? A resposta é **não**. **Tudo podemos dizer do método de Fermat, menos que isso introduz a derivada.**
- A derivada é uma operação que associa a uma função $F(x)$ uma outra $F'(x)$ e que possui regras.
- Regras que serão determinadas nos trabalhos de Leibniz e Newton.

- Não foram poucos os matemáticos que, ao longo do tempo, viram no processo acima a primeira aparição da derivada. Lagrange (1736-1813) entre eles.
- Pode se aceitar esta ideia? A resposta é **não**. **Tudo podemos dizer do método de Fermat, menos que isso introduz a derivada.**
- A derivada é uma operação que associa a uma função $F(x)$ uma outra $F'(x)$ e que possui regras.
- Regras que serão determinadas nos trabalhos de Leibniz e Newton.
- Leibniz é capaz de determinar a derivada (e portanto a tangente) da curva

$$a + bx\sqrt{y^2 + b^3\sqrt{1+y}} + hyx^2\sqrt{y^2 + y\sqrt{1-y}} = 0.$$

A invenção do cálculo infinitesimal: Leibniz e Newton

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Em 1684 publica nos *Acta eruditorum* o artigo *Novos métodos para máximos e mínimos, assim como tangentes, os quais não são obstruídos por quantidades fracionárias e irracionais, e um cálculo notável para eles.*

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Em 1684 publica nos *Acta eruditorum* o artigo *Novos métodos para máximos e mínimos, assim como tangentes, os quais não são obstruídos por quantidades fracionárias e irracionais, e um cálculo notável para eles*.
- Um dos pontos chave na teoria de Leibniz (e de Newton também) é a separação do cálculo da derivada $F'(x)$ do seu anulamento $F'(x) = 0$ (para o estudo dos máximos e mínimos).

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

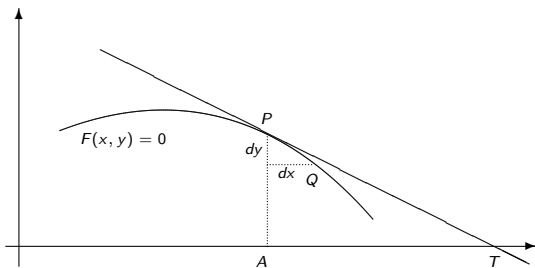
Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler



- Dada uma relação $F(x, y) = 0$, Leibniz define os *diferenciais* dx e dy

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

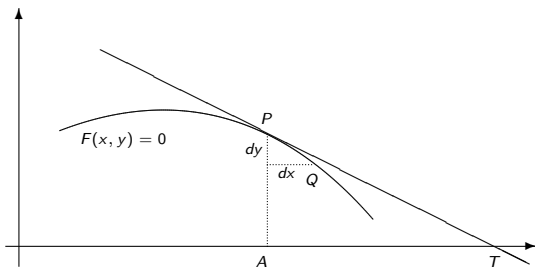
A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler



- Dada uma relação $F(x, y) = 0$, Leibniz define os *diferenciais* dx e dy
- e, imaginando os diferenciais “infinitamente pequenos” (i.e. pensando P e Q infinitamente próximos),

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

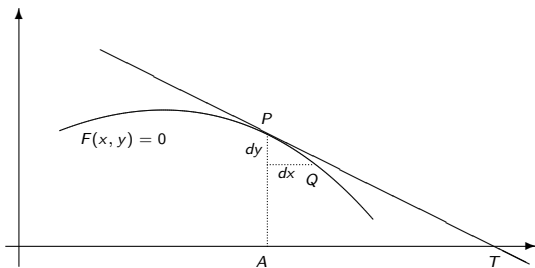
A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler



- Dada uma relação $F(x, y) = 0$, Leibniz define os *diferenciais* dx e dy
- e, imaginando os diferenciais “infinitamente pequenos” (i.e. pensando P e Q infinitamente próximos),
- define (intuitivamente) o *diferencial* de y em relação a x .

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Aparentemente temos os mesmos problemas de Fermat: a falta de um conceito de limite leva à ambiguidade de considerar dx “infinitamente pequeno”

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Aparentemente temos os mesmos problemas de Fermat: a falta de um conceito de limite leva à ambiguidade de considerar dx “infinitamente pequeno”
- O fato crucial é que no artigo Leibniz enuncia as regras de diferenciação, que constituem o ato de nascimento do operador que será chamado *derivada de uma função*:

- Aparentemente temos os mesmos problemas de Fermat: a falta de um conceito de limite leva à ambiguidade de considerar dx “infinitamente pequeno”
- O fato crucial é que no artigo Leibniz enuncia as regras de diferenciação, que constituem o ato de nascimento do operador que será chamado *derivada de uma função*:
 - ① se a é constante, $da = 0$;
 - ② $dx = 1$;
 - ③ $d(y + z - w) = dy + dz - dw$;
 - ④ $d(yz) = ydz + zdy$

- Aparentemente temos os mesmos problemas de Fermat: a falta de um conceito de limite leva à ambiguidade de considerar dx “infinitamente pequeno”
- O fato crucial é que no artigo Leibniz enuncia as regras de diferenciação, que constituem o ato de nascimento do operador que será chamado *derivada de uma função*:
 - ① se a é constante, $da = 0$;
 - ② $dx = 1$;
 - ③ $d(y + z - w) = dy + dz - dw$;
 - ④ $d(yz) = ydz + zdy$
- Com estas regras Leibniz pode diferenciar (quase) qualquer função: polinomial, com radicais, frações e composições. (As funções transcendentales chegarão depois.)

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Na *Nova Methodus* Leibniz apresenta três aplicações do método: a um problema de mínimo, à determinação da reta tangente a uma curva e ao problema inverso da determinação de uma curva da qual é conhecida a subtangente quadratura do subgráfico de uma relação $F(x, y) = 0$.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Na *Nova Methodus* Leibniz apresenta três aplicações do método: a um problema de mínimo, à determinação da reta tangente a uma curva e ao problema inverso da determinação de uma curva da qual é conhecida a subtangente quadratura do subgráfico de uma relação $F(x, y) = 0$.
- Este terceiro problema é ligado ao problema da quadratura. Antes da publicação do *Nova Methodus* Leibniz já possui as ideias do cálculo integral (como prova a correspondência com Newton e outros).

- Na *Nova Methodus* Leibniz apresenta três aplicações do método: a um problema de mínimo, à determinação da reta tangente a uma curva e ao problema inverso da determinação de uma curva da qual é conhecida a subtangente quadratura do subgráfico de uma relação $F(x, y) = 0$.
- Este terceiro problema é ligado ao problema da quadratura. Antes da publicação do *Nova Methodus* Leibniz já possui as ideias do cálculo integral (como prova a correspondência com Newton e outros).
- Será Leibniz a introduzir o símbolo \int para denotar a integral de uma função.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Alguns anos antes Newton tinha elaborado uma teoria análoga à de Leibniz que, todavia, publicou só depois.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Alguns anos antes Newton tinha elaborado uma teoria análoga à de Leibniz que, todavia, publicou só depois.
- Isaac Newton nasceu na Inglaterra, de uma família de camponeses.
- Foi matemático e um dos maiores físicos da história.



I. Newton (1642-1727)

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O cálculo infinitesimal de Newton tem três redações principais:

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O cálculo infinitesimal de Newton tem três redações principais:

- O cálculo infinitesimal de Newton tem três redações principais:
 - ① *De Analysis per aequationes numero terminorum infinitas*, escrita em 1669 e publicada em 1711;
 - ② *Methodus fluxorum et seriorum infinitarum*, escrita em 1671 e publicada em 1742;
 - ③ a terceira, *De quadratura curvarum* onde Newton recupera as ideias da sua obra prima *Philosophiae naturalis principia mathematica* e primeira obra publicada (em 1687).
- Qual é a abordagem de Newton?

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Newton é um físico e é atento às questões da dinâmica e da cinemática.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Newton é um físico e é atento às questões da dinâmica e da cinemática.
- Considera as quantidades x e y como *fluentes* (em relação ao tempo)

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Newton é um físico e é atento às questões da dinâmica e da cinemática.
- Considera as quantidades x e y como *fluentes* (em relação ao tempo)
- e as suas velocidades chama de *fluxões*, com o símbolo \dot{x} e \dot{y} .

- Newton é um físico e é atento às questões da dinâmica e da cinemática.
- Considera as quantidades x e y como *fluentes* (em relação ao tempo)
- e as suas velocidades chama de *fluxões*, com o símbolo \dot{x} e \dot{y} .
- Denotando por o um tempo infinitesimo e $x(t)$ o valor de x ao tempo t , teremos $x(t + o) = x(t) + o\dot{x}(t)$.

- Newton é um físico e é atento às questões da dinâmica e da cinemática.
- Considera as quantidades x e y como *fluentes* (em relação ao tempo)
- e as suas velocidades chama de *fluxões*, com o símbolo \dot{x} e \dot{y} .
- Denotando por o um tempo infinitesimo e $x(t)$ o valor de x ao tempo t , teremos $x(t + o) = x(t) + o\dot{x}(t)$.
- A analogia com a formulação de Leibniz é clara: ao diferencial dx corresponde o produto $o\dot{x}(t)$, enquanto à razão dos diferenciais corresponde a razão das velocidades:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{o\dot{y}}{o\dot{x}} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}.$$

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- A correspondência dos dois métodos é total, inclusive nas regras de diferenciação que constituem o coração desta nova abordagem.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- A correspondência dos dois métodos é total, inclusive nas regras de diferenciação que constituem o coração desta nova abordagem.
- Por outro lado Newton adiciona à sua análise uma ferramenta extremamente poderosa:

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- A correspondência dos dois métodos é total, inclusive nas regras de diferenciação que constituem o coração desta nova abordagem.
- Por outro lado Newton adiciona à sua análise uma ferramenta extremamente poderosa: as expansões em séries.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- A correspondência dos dois métodos é total, inclusive nas regras de diferenciação que constituem o coração desta nova abordagem.
- Por outro lado Newton adiciona à sua análise uma ferramenta extremamente poderosa: as expansões em séries.
- Newton conseguiu calcular a expansão em séries de muitas funções conhecidas e usará os resultados para abordar inúmeros problemas.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz

Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- A correspondência dos dois métodos é total, inclusive nas regras de diferenciação que constituem o coração desta nova abordagem.
- Por outro lado Newton adiciona à sua análise uma ferramenta extremamente poderosa: as expansões em séries.
- Newton conseguiu calcular a expansão em séries de muitas funções conhecidas e usará os resultados para abordar inúmeros problemas.
- Este instrumento, que é o pilar da análise newtoniana, será ao mesmo tempo o seu grande limite, condenando a matemática britânica do séc. XVIII a uma posição marginal.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Uma das controversias mais famosas da história do pensamento científico

- Newton encontra os fundamentos da sua teoria das fluxões e das séries em 1666 e escreve a J. Collins, I. Barrow, H. Oldenburg.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Uma das controvérsias mais famosas da história do pensamento científico

- Newton encontra os fundamentos da sua teoria das fluxões e das séries em 1666 e escreve a J. Collins, I. Barrow, H. Oldenburg.
- Leibniz recebe algumas dessas cartas.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Uma das controversias mais famosas da história do pensamento científico

- Newton encontra os fundamentos da sua teoria das fluxões e das séries em 1666 e escreve a J. Collins, I. Barrow, H. Oldenburg.
- Leibniz recebe algumas dessas cartas.
- Em todo o final do séc. XVII os dois matemáticos manifestam estima recíproca e atestações de originalidade.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Uma das controversias mais famosas da história do pensamento científico

- Newton encontra os fundamentos da sua teoria das fluxões e das séries em 1666 e escreve a J. Collins, I. Barrow, H. Oldenburg.
- Leibniz recebe algumas dessas cartas.
- Em todo o final do séc. XVII os dois matemáticos manifestam estima recíproca e atestações de originalidade.
- Depois de 1704 este clima se quebra.

A difusão do cálculo: Bernoulli e Euler

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

A difusão do cálculo: Bernoulli e Euler

- O resultado da controversia entre Newton e Leibniz foi a separação entre os matemáticos britânicos e os da Europa continental.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Jakob Bernoulli nasceu em 1654 em Basileia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira de ministro da fé.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Jakob Bernoulli nasceu em 1654 em Basileia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira de ministro da fé.
- Jakob estudou teologia, mas muito cedo ficou fascinado pela matemática. Viveu em Basileia, mas viajou muito.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Jakob Bernoulli nasceu em 1654 em Basileia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira de ministro da fé.
- Jakob estudou teologia, mas muito cedo ficou fascinado pela matemática. Viveu em Basileia, mas viajou muito.
- Ficou em contato com Leibniz (sugerindo a palavra “integral”) e contribuiu ao desenvolvimento do cálculo.

- Jakob Bernoulli nasceu em 1654 em Basileia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira de ministro da fé.
- Jakob estudou teologia, mas muito cedo ficou fascinado pela matemática. Viveu em Basileia, mas viajou muito.
- Ficou em contato com Leibniz (sugerindo a palavra “integral”) e contribuiu ao desenvolvimento do cálculo.
- Estudou sobre vários problemas de máximo e mínimo, sobre curvas (a espiral logarítmica), convergência de séries, resolveu, com o irmão Johann o problema da curva braquistócrona.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Johann Bernoulli nasceu em 1667 em Basileia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira no comércio.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Johann Bernoulli nasceu em 1667 em Basiléia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira no comércio.
- Johann estudou medicina, mas a abandonou e escolheu a matemática. Foi professor em Groningen e Basiléia.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Johann Bernoulli nasceu em 1667 em Basiléia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira no comércio.
- Johann estudou medicina, mas a abandonou e escolheu a matemática. Foi professor em Groningen e Basiléia.
- Foi professor de Euler em Basiléia.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Johann Bernoulli nasceu em 1667 em Basiléia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira no comércio.
- Johann estudou medicina, mas a abandonou e escolheu a matemática. Foi professor em Groningen e Basiléia.
- Foi professor de Euler em Basiléia.
- Continuou e aprofundou os estudos do irmão Jakob sobre os mais diversos problemas da análise,

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Johann Bernoulli nasceu em 1667 em Basiléia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira no comércio.
- Johann estudou medicina, mas a abandonou e escolheu a matemática. Foi professor em Groningen e Basiléia.
- Foi professor de Euler em Basiléia.
- Continuou e aprofundou os estudos do irmão Jakob sobre os mais diversos problemas da análise, muitas vezes em competição e contraste mais do que colaboração.

- Johann Bernoulli nasceu em 1667 em Basiléia. O pai Nicolaus queria para ele uma carreira no comércio.
- Johann estudou medicina, mas a abandonou e escolheu a matemática. Foi professor em Groningen e Basiléia.
- Foi professor de Euler em Basiléia.
- Continuou e aprofundou os estudos do irmão Jakob sobre os mais diversos problemas da análise, muitas vezes em competição e contraste mais do que colaboração.
- Participou da disputa Leibniz-Newton e foi um fervoroso anti-newtoniano (inclusive em problemas de física).

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Em 1703 o matemático inglês George Cheyne acusa Leibniz de plágio.

¹o texto da carta, na tradução italiana, pode se encontrar em [1] 

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo


Os Bernoulli

Euler

- Em 1703 o matemático inglês George Cheyne acusa Leibniz de plágio.
- A resposta de Johann Bernoulli em 1713:¹

¹o texto da carta, na tradução italiana, pode se encontrar em [1]  

- Em 1703 o matemático inglês George Cheyne acusa Leibniz de plágio.
- A resposta de Johann Bernoulli em 1713:¹
- *[...] agora um fulano de nome Cheyne anda dizendo que nós não temos publicado nada nos últimos 20 ou 30 anos que não seja uma repetição ou um corolário daquilo que já Newton fez. Como se não tivessem interesses os resultados por nós obtidos: as catenárias, as velárias, as isócronas, as braquistócronas, as novas propriedades das cicloides, o cálculo das funções exponenciais e métodos para diferenciá-las, a medida das coevolutas, o movimento tractório e reptório, a redução das curvas às circulares, junto com inúmeras outras coisas que os Ingleses tentaram com seu cálculos das fluxões, suando para obter somente paralogismos horrorosos.*

¹o texto da carta, na tradução italiana, pode se encontrar em [1] 

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Um dos maiores gênios da matemática de todos os tempos foi Leonhard Euler, nascido em Basiléia em 1707 e falecido em São Petersburgo em 1783.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Um dos maiores gênios da matemática de todos os tempos foi Leonhard Euler, nascido em Basileia em 1707 e falecido em São Petersburgo em 1783.



Leonhard Euler (1707-1783)

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- O pai de Euler era um ministro religioso e queria para o filho a mesma carreira.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O pai de Euler era um ministro religioso e queria para o filho a mesma carreira.
- O jovem Euler estudou com Johann Bernoulli e se tornou amigo dos filhos Nicolaus e Daniel (também matemáticos).

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O pai de Euler era um ministro religioso e queria para o filho a mesma carreira.
- O jovem Euler estudou com Johann Bernoulli e se tornou amigo dos filhos Nicolaus e Daniel (também matemáticos).
- Ele estudou (matemática) física, teologia, medicina, linguas orientais,

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O pai de Euler era um ministro religioso e queria para o filho a mesma carreira.
- O jovem Euler estudou com Johann Bernoulli e se tornou amigo dos filhos Nicolaus e Daniel (também matemáticos).
- Ele estudou (matemática) física, teologia, medicina, linguas orientais,
- e pôde aceitar o convite para ser membro da Academia de São Petersburgo, em 1730 (em medicina).

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- O pai de Euler era um ministro religioso e queria para o filho a mesma carreira.
- O jovem Euler estudou com Johann Bernoulli e se tornou amigo dos filhos Nicolaus e Daniel (também matemáticos).
- Ele estudou (matemática) física, teologia, medicina, linguas orientais,
- e pôde aceitar o convite para ser membro da Academia de São Petersburgo, em 1730 (em medicina).
- Esteve na russia até 1741, quando foi convidado para entrar na Academia de Berlim.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:

Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- O pai de Euler era um ministro religioso e queria para o filho a mesma carreira.
- O jovem Euler estudou com Johann Bernoulli e se tornou amigo dos filhos Nicolaus e Daniel (também matemáticos).
- Ele estudou (matemática) física, teologia, medicina, linguas orientais,
- e pôde aceitar o convite para ser membro da Academia de São Petersburgo, em 1730 (em medicina).
- Esteve na russia até 1741, quando foi convidado para entrar na Academia de Berlim. Voltou para a Russia em 1766 (quase completamente cego).
- Faleceu em 1783, produzindo resultados matemáticos até o final da sua vida.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Com Euler nasce a moderna *mecânica racional*, o estudo dos problemas da física com técnicas matemáticas, baseadas no cálculo diferencial.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Com Euler nasce a moderna *mecânica racional*, o estudo dos problemas da física com técnicas matemáticas, baseadas no cálculo diferencial.
- Euler definiu com clareza o conceito de função.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli

Euler

- Com Euler nasce a moderna *mecânica racional*, o estudo dos problemas da física com técnicas matemáticas, baseadas no cálculo diferencial.
- Euler definiu com clareza o conceito de função. Obteve resultados em análise complexa,

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

- Com Euler nasce a moderna *mecânica racional*, o estudo dos problemas da física com técnicas matemáticas, baseadas no cálculo diferencial.
- Euler definiu com clareza o conceito de função. Obteve resultados em análise complexa, se aproximou do conceito de limite (estudando sequências), diferenciou os logaritmos e as exponenciais,

- Com Euler nasce a moderna *mecânica racional*, o estudo dos problemas da física com técnicas matemáticas, baseadas no cálculo diferencial.
- Euler definiu com clareza o conceito de função. Obteve resultados em análise complexa, se aproximou do conceito de limite (estudando sequências), diferenciou os logaritmos e as exponenciais, aproximou e com a séries fatorial $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$, calculou a soma da séries armônica generalizada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$,

- Com Euler nasce a moderna *mecânica racional*, o estudo dos problemas da física com técnicas matemáticas, baseadas no cálculo diferencial.
- Euler definiu com clareza o conceito de função. Obteve resultados em análise complexa, se aproximou do conceito de limite (estudando sequências), diferenciou os logaritmos e as exponenciais, aproximou $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$, calculou a soma da séries fatorial e com a séries fatorial $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$, calculou a soma da séries armônica generalizada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$,
- abordou e resolveu muitos, muitos outros problemas.

- Com Euler nasce a moderna *mecânica racional*, o estudo dos problemas da física com técnicas matemáticas, baseadas no cálculo diferencial.
- Euler definiu com clareza o conceito de função. Obteve resultados em análise complexa, se aproximou do conceito de limite (estudando sequências), diferenciou os logaritmos e as exponenciais, aproximou e com a séries fatorial $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$, calculou a soma da séries armônica generalizada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$,
- abordou e resolveu muitos, muitos outros problemas.
- Euler deixou uma quantidade de resultados e textos raramente igualada. A obra completa dele é em via de publicação desde 1911 e não é ainda concluída. A coleção completa ultrapassará os cem volumes.

O surgimento
do cálculo
infinitesimal

O contexto
histórico

Próximos à
invenção do
cálculo

O problema
das tangentes:
o método de
Fermat

A invenção do
cálculo:
Leibniz e
Newton

Leibniz
Newton

A disputa

A difusão do
cálculo

Os Bernoulli
Euler

Bibliografia



E. Giusti, *Piccola storia del calcolo infinitesimale dall'antichità al Novecento*, Istituti editoriali e poligrafici internazionali, Roma, 2007.



C. Boyer *História da matemática*, 1974.



H. Eves *Introdução à história da matemática*, 2004.