Geometria e Experiência

Albert Einstein

A matemática desfruta, entre as ciências, de um particular prestígio pela seguinte razão: suas proposições são de uma certeza absoluta e a salvo de qualquer contestação, enquanto que aquelas das outras ciências são, até certo ponto, sujeitas a discussão e sempre suscetíveis de serem alteradas pela descoberta de fatos novos. Apesar disso o pesquisador de uma outra área não deveria invejar o matemático pelo fato de suas proposições não se referirem aos objetos da realidade mas aos da nossa imaginação. Desde que haja acordo sobre as proposições fundamentais (axiomas) e sobre o método pelo qual as outras proposições sejam deduzidas das proposições fundamentais, o fato de se chegar a proposições concordantes não deve causar surpresa. Mas o grande prestígio da matemática repousa no fato de ser ela quem confere as ciências exatas um certo grau de certeza que de outra forma elas não teriam.

Aqui surge um enigma que perturbou fortemente os pesquisadores de todos os tempos. O que faz com que a matemática, que é um produto do pensamento humano e independente de toda experiência, se adapte de forma tão admirável aos objetos da realidade? Seria então a razão humana capaz de, sem recorrer a experiência, descobrir, apenas por sua atividade, as propriedades dos objetos reais?

A esta questão deve-se, ao meu ver, responder desta maneira: na medida em que as proposições matemáticas se referem a realidade, não são certas e na medida em que são certas, não se referem a realidade. A perfeita clareza desse assunto só pode ser alcançada graças a essa tendência em matemática que é conhecida pelo nome de *axiomática*. O progresso realizado através dela deve-se ao fato de que a parte lógica-formal é cuidadosamente separada do conteudo objetivo ou intuitivo. De acordo com a axiomática, a parte lógica-formal constitui o objeto único da matemática e não o conteudo intuitivo ou outro qualquer que lhe é associado.

Examinemos desse ponto de vista um axioma qualquer da geometria, por exemplo o seguinte: por dois pontos do espaço pode-se sempre traçar uma única reta. Como esse axioma deve ser interpretado nos sentidos antigo e moderno?

Interpretação antiga - Todos sabem o que é uma reta e o que é um ponto. O matemático não é obrigado a decidir se esse conhecimento provem da faculdade do espírito humano, da experiência, da cooperação de ambos ou de qualquer outro modo; ele deixa essa decisão para o filósofo. Fundamentado sobre esse conhecimento, que é anterior a qualquer matemática, o axioma considerado (como todos os outros axiomas) é evidente, isto é, ele é a expressão de uma parte desse conhecimento *a priori*.

Interpretação moderna - A geometria trata de objetos que são designados pelos termos *ponto*, *reta*, etc. Não se supõe nenhum conhecimento ou intuição relacionados a esses objetos; a única coisa que se supõe é a validade dos axiomas, que devem ser concebidos como puramente formais, isto é, desprovidos de qualquer conteúdo acessível à experiência ou intuitivo. Esses axiomas são criações livres do espírito humano. Todas as outras proposições geométricas são deduções lógicas dos axiomas (que devem ser concebidos somente do ponto de vista nominalista). São os axiomas que definem em primeiro lugar os objetos com que lidamos em geometria. É por isso que Schlick, em seu livro sobre a teoria do conhecimento, chamou, muito justamente, os axiomas de *definições implicitas*.

Essa forma da axiomática moderna conceber os axiomas livra a matemática de todos os elementos que não lhe pertencem dissipando assim a obscuridade mística que antigamente envolvia seus fundamentos. Uma exposição assim depurada torna evidente que a matemática assim concebida é incapaz de fazer qualquer afirmação quer sobre os objetos de representação intuitiva quer sobre os objetos do mundo real. Os nomes *ponto*, *reta*, etc, representam em geometria axiomática apenas conceitos esquemáticos vazios de conteúdo. O que lhes confere conteúdo não pertence à matemática.

De outra parte é certo que a matemática em geral e a geometria em particular devem sua existência à nossa necessidade de conhecer o comportamento dos objetos reais. O termo geometria, que significa medida de terreno, já o prova. Pois a medida do terreno trata de possições relativas de certos corpos da natureza, isto é, de partes dos corpos terrestres, cordões, balizas, etc. É claro que apenas os conceitos da geometria axiomática não podem formular nenhum enunciado sobre o comportamento dessa espécie de objetos reais que gostariamos de chamar de *corpos praticamente rígidos*. Para poder formular enunciados desse genero a geometria precisa ser despojada de seu carater lógico-formal de tal forma que pudessemos associar aos conceitos esquemáticos vazios da geometria axiomática objetos do mundo real acessíveis à experiência. Para fazer isso é suficiente acrescentar a ela a seguinte proposição:

Os corpos sólidos se comportam, no que diz respeito às suas possibilidades de posição, do mesmo modo que os corpos tridimensionais da geometria euclidiana; as proposições dessa geometria contem então os enunciados sobre o comportamento dos corpos praticamente rígidos.

A geometria com esse complemento é uma ciência manifestamente derivada da experiência; podemos até mesmo considerá-la como o ramo mais antigo da física. Seus enunciados se fundamentam essencialmente na experiência e não apenas nas deduções lógicas. Chamaremos de *geometria prática* a geometria assim complementada e a distinguiremos, no que vem a seguir, da *geometria axiomática pura*. A questão de saber se a geometria prática do mundo é ou não euclidiana tem um sentido preciso e a resposta só pode ser fornecida pela experiência. Toda medida de comprimento em física é, nesse sentido, uma questão de geometria prática; para que o mesmo ocorra com os comprimentos geodésico e astronômico é suficiente acrescentarmos a proposição experimental que afirma que a luz se propaga em linha reta - linha reta no sentido da geometria prática.

A forma de conceber a geometria que descrevemos acima é tão importante que, sem ela, não teria sido possível construir a teoria da relatividade. De fato, sem ela, não seria possível a seguinte consideração: em um sistema de referência, que efetua um movimento de rotação relativamente a um sistema de inércia, as leis de posição dos corpos rígidos não correspondem, por causa da contração de Lorentz, às regras da geometria euclidiana; se, em conseqüência, se considera os sistemas privados de inércia como sistemas igualmente admissíveis, a geometria euclidiana deve ser abandonada. O passo decisivo para passar às equações covariantes gerais não teria sido dado se a interpretação indicada acima não tivesse sido levada em conta.

Desvinculando-se as noções de corpo da geometria euclidiana axiomática e a de corpo praticamente rígido do mundo real, chega-se facilmente a seguinte concepção que, em particular, o profundo e sagaz Poincaré já havia adotado: entre todas as geometrias axiomáticas concebíveis, a geometria euclidiana se distingue por sua simplicidade. E como a geometria axiomática *pura* não contem enunciados sobre a realidade acessível à experiência, mas somente a geometria axiomática associada com proposições da física contem esses enunciados, deve ser possível e razoável - qualquer que seja a natureza do mundo real - conservar a geometria euclidiana. Isso porque, no caso de se manifestarem contradições entre a teoria e a experiência, se terá mais boa vontade para modificar as leis físicas do que para modificar a geometria axiomática euclidiana.

Se abandonarmos a relação entre corpo praticamente rígido e geometria, não nos livraremos facilmente da convenção que, por ser a geometria euclidiana a mais simples, ela deve ser conservada. Porque, Poincaré e outros pesquisadores, rejeitam a tão natural equivalência entre corpo praticamente rígido da experiência e corpo da geometria? A razão é que um exame atento revela que os corpos sólidos reais da natureza não são rígidos, porque o seu comportamento geométrico, isto é, suas possibilidades de posições relativas dependem da temperatura, das forças externas, etc. Em virtude disso, a relação primitiva, imediata entre a geometria e a realidade física parece estar rompida e somos forçados a aceitar essa concepção mais geral que caracteriza o ponto de vista de Poincaré. Enunciados sobre o comportamento dos objetos do mundo real dependem da geometria (G) e do conjunto da leis físicas (F). Os enunciados da geometria (G) não se referem ao mundo real. Simbolicamente podemos dizer que somente a soma (G)+(F) está submetida ao controle da experiência. Pode-se, em conseqüência, escolher (G) e partes de (F), arbitrariamente; todas essas leis são apenas convenções. Para evitar contradições somente é necessário escolher o restante de (F) de tal forma que (G) e a totalidade de (F) estejam, em conjunto, conformes com a experiência. Concebidas desta forma, a geometria axiomática e as leis da natureza, às quais atribuimos o caracter de convenções, são, do ponto de vista epistemológico, de igual valor.

Sub specie oeterni o ponto de vista de Poincaré é, na minha opinião, perfeitamente justo. As noções de corpo padrão e relógio padrão da teoria da relatividade não encontram no mundo real objetos que lhes correspondam exatamente. É tambem óbvio que as noções de corpo sólido e relógio não desempenham o papel de elementos irredutíveis no sistema de conceitos da física mas somente o de formas compostas, que não devem constituir um conjunto independente da física teórica. É minha convicção que essas noções, no atual estado da física teórica, devam ainda ser utilizadas como noções independentes; pois estamos ainda longe de um conhecimento suficientemente sólido dos fundamentos teóricos para poder fornecer construções teóricas exatas dessas formas.

No que se refere a objeção de que não existem corpos verdadeiramente rígidos na natureza e que, em conseqüência, as propriedades que se lhes atribui não se referem à realidade física não me parecem tão fortes quanto se poderia acreditar num exame superficial.

Referências

[1] Thomas Heath, *EUCLIDE The thirteen Books of THE ELEMENTS. Translated with introduction and commentary by Sir Thomas L. Heath* , DOVER.