MAT 2352 – Cálculo para Funções de Várias Variáveis II

PROVA 1

Prof. Paolo Piccione, 15.10.2007

---

(1) *(1.5 pontos)* Prove que o campo vetorial $\vec{V} = (3x^2 - y)\vec{\imath} + (2\sin x + x^2 y)\vec{\jmath}$ *não* é o gradiente de nenhuma função diferenciável $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

---

(2) *(1.5 pontos)* Seja $f(x, y, z) = x^3 y^2 - \sin(xz)$ e $\vec{V} = 3xy\vec{\imath} + (xz - yz^2)\vec{\jmath} + \cos(xy)\vec{k}$. Calcule[†] $(\nabla f) \times (\nabla \times \vec{V})$.

---

(3) *(2 pontos)* Calcule a integral dupla $\displaystyle\iint_R \cos^2 x \cos^2 y \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, onde R é o quadrado $[0, \pi] \times [0, \pi]$.

---

(4) *(2.5 pontos)* Calcule a integral tripla $\displaystyle\iiint_\Omega z e^{x^2+y^2} dxdydz$, onde Ω é o cilindro determinado por $x^2 + y^2 \leq 4$ e $1 \leq z \leq 2$.

---

(5) *(2.5 pontos)* Calcule integral tripla $\displaystyle\iiint_S \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}$, onde S é o sólido descrito pelas desigualdades $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ e $x^2 + y^2 + z^2 \geq b^2$, com $0 < b < a$.

BOA PROVA!!!

---

† Obs.: (∇f)=gradiente de f, $\times$=produto vetorial, $\nabla \times \vec{V}$=rotacional de $\vec{V}$.