

MAT 2351 – Cálculo para Funções de Várias Variáveis I

PROVA 1

Prof. Paolo Piccione, 15.05.2006

**A**

**A**

(1) (3 pontos) Estude a continuidade e a diferenciabilidade em  $(0, 0)$  das funções  $f$  abaixo:

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2+y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(2) (2 pontos) Calcule ou mostre que não existe o limite:  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x - y}$ .

(3) (2 pontos) Determine todas as soluções da EDP:

$$\frac{\partial f}{\partial x} - 2 \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

(4) (2 pontos) Mostre que numa vizinhança do ponto  $(0, 0)$ , o conjunto das soluções da equação:

$$x^2 y + \cos y - x - y = 1$$

é o gráfico de uma função derivável  $y = y(x)$ . Expresse  $y'(x)$  em termos de  $x$  e  $y$ ; calcule  $y(0)$  e  $y'(0)$ .

(5) (2 pontos) A imagem da curva  $\gamma(t) = (3t, t^2, z(t))$  está contida no gráfico da função diferenciável  $f(x, y)$ . Sabe-se que  $f(3, 1) = 3$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x}(3, 1) = 1$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(3, 1) = -1$ . Determine a equação da reta tangente a  $\gamma$  no ponto  $\gamma(1)$ .

MAT 2351 – Cálculo para Funções de Várias Variáveis I

PROVA 1

Prof. Paolo Piccione, 15.05.2006

**B**

**B**

(1) (3 pontos) Estude a continuidade e a diferenciabilidade em  $(0, 0)$  das funções  $f$  abaixo:

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2+y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(2) (2 pontos) Calcule ou mostre que não existe o limite:  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x + y}$ .

(3) (2 pontos) Determine todas as soluções da EDP:

$$2 \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

(4) (2 pontos) Mostre que numa vizinhança do ponto  $(0, 0)$ , o conjunto das soluções da equação:

$$2x^2y + \cos y - x - y = 1$$

é o gráfico de uma função derivável  $y = y(x)$ . Expresse  $y'(x)$  em termos de  $x$  e  $y$ ; calcule  $y(0)$  e  $y'(0)$ .

(5) (2 pontos) A imagem da curva  $\gamma(t) = (4t, t^2, z(t))$  está contida no gráfico da função diferenciável  $f(x, y)$ . Sabe-se que  $f(4, 1) = 3$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x}(4, 1) = 1$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(4, 1) = -1$ . Determine a equação da reta tangente a  $\gamma$  no ponto  $\gamma(1)$ .

MAT 2351 – Cálculo para Funções de Várias Variáveis I

PROVA 1

Prof. Paolo Piccione, 15.05.2006

C

C

(1) (3 pontos) Estude a continuidade e a diferenciabilidade em  $(0, 0)$  das funções  $f$  abaixo:

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(2) (2 pontos) Calcule ou mostre que não existe o limite:  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x + 2y}$ .

(3) (2 pontos) Determine todas as soluções da EDP:

$$2 \frac{\partial f}{\partial x} - 3 \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

(4) (2 pontos) Mostre que numa vizinhança do ponto  $(0, 0)$ , o conjunto das soluções da equação:

$$3x^2 y + \cos y - x - y = 1$$

é o gráfico de uma função derivável  $y = y(x)$ . Expresse  $y'(x)$  em termos de  $x$  e  $y$ ; calcule  $y(0)$  e  $y'(0)$ .

(5) (2 pontos) A imagem da curva  $\gamma(t) = (t, t^2, z(t))$  está contida no gráfico da função diferenciável  $f(x, y)$ . Sabe-se que  $f(1, 1) = 3$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = 1$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = -1$ . Determine a equação da reta tangente a  $\gamma$  no ponto  $\gamma(1)$ .

MAT 2351 – Cálculo para Funções de Várias Variáveis I

PROVA 1

Prof. Paolo Piccione, 15.05.2006

**D**

**D**

(1) (3 pontos) Estude a continuidade e a diferenciabilidade em  $(0, 0)$  das funções  $f$  abaixo:

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{x^2+y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(2) (2 pontos) Calcule ou mostre que não existe o limite:  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{2x + y}$ .

(3) (2 pontos) Determine todas as soluções da EDP:

$$2 \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

(4) (2 pontos) Mostre que numa vizinhança do ponto  $(0, 0)$ , o conjunto das soluções da equação:

$$-x^2y + \cos y - x - y = 1$$

é o gráfico de uma função derivável  $y = y(x)$ . Expresse  $y'(x)$  em termos de  $x$  e  $y$ ; calcule  $y(0)$  e  $y'(0)$ .

(5) (2 pontos) A imagem da curva  $\gamma(t) = (-t, t^2, z(t))$  está contida no gráfico da função diferenciável  $f(x, y)$ . Sabe-se que  $f(-1, 1) = 3$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1) = 1$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(-1, 1) = -1$ . Determine a equação da reta tangente a  $\gamma$  no ponto  $\gamma(1)$ .