MAT 3210 — Cálculo Diferencial e Integral II

Prof. Paolo Piccione

18 de Outubro de 2013

Prova 1 — $\boxed{\mathbf{B}}$

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais, e $\mathbb{R}^2$ é o conjunto de pares ordenados de números reais: $\mathbb{R}^2 = \big\{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\big\}$.
- $\sin x$ é a função "seno de x"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de x".
- Para $p \in \mathbb{R}^2$ e $r > 0$, $B(p, r)$ denota a bola aberta de centro p e raio r em $\mathbb{R}^2$.
- Dado um conjunto $A \subset \mathbb{R}^2$, o símbulo A^o denota seu *interior*, ou seja, o conjunto dos pontos internos de A.
- sinh e cosh são as funções hiperbólicas "seno hiperbólico" e "cosseno hiperbólico". A função inversa de sinh é denotada por $\sinh^{-1}$.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Calcule a derivada parcial* $\frac{\partial f}{\partial y}$ *da função*

$$f(x,y) = e^{xy}\cos(x^2+y^2).$$

(a) $\frac{\partial f}{\partial y} = e^{xy}\cos(x^2+y^2) - e^{xy}\sin(x^2+y^2)$;

(b) $\frac{\partial f}{\partial y} = xe^{xy} - 2y\sin(x^2+y^2)$;

(c) $\frac{\partial f}{\partial y} = xe^{xy}\cos(x^2+y^2) - 2ye^{xy}\sin(x^2+y^2)$;

(d) $\frac{\partial f}{\partial y} = -2xye^{xy}\sin(x^2+y^2)$;

(e) $\frac{\partial f}{\partial y} = ye^{xy}\cos(x^2+y^2) - 2ye^{xy}\sin(x^2+y^2)$.

Questão 2. *Calcule a seguinte integral definida:*

$$A = \int_0^{\ln(2)} x\,e^x \,\mathrm{d}x.$$

(a) $A = \ln(4) - 1$;

(b) $A = 1$;

(c) $A = \ln 2$;

(d) $A = 2\ln(2)$;

(e) $A = \ln(2) - 1$.

Questão 3. *Qual é o domínio* $A \subset \mathbb{R}^2$ *da função* $f(x,y) = \ln(xy+1)$*?*

(a) $A = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \leq 1\big\}$;

(b) $A = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > -1\big\}$;

(c) $A = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy < 1\big\}$;

(d) $A = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq -1\big\}$;

(e) $A = \mathbb{R}^2$.

Questão 4. *Calcule a derivada parcial* $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ *da função:*

$$f(x,y) = \begin{cases} x + \dfrac{xy}{x^2+y^2}, & \textit{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \textit{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = -1$;

(b) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1 + \dfrac{x+y}{(x^2+y^2)^2}$;

(c) f não admite derivadas parciais em $(0,0)$;

(d) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$;

(e) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$.

Questão 5. *Calcule o volume V do sólido de revolução gerado pela rotação em torno do eixo x do gráfico da função $f(x) = x^2$, com $-1 \leq x \leq 1$*

(a) $V = \frac{1}{5}\pi$;
(b) $V = \frac{2}{5}\pi$;
(c) $V = \frac{2}{3}\pi$;
(d) $V = \frac{2}{5}$;
(e) $V = \frac{2}{3}$.

Questão 6. *Calcule a área da superfície de revolução gerada pela rotação do gráfico da função $f(x) = \ln x$, com $x \in [1, 7]$, em torno do eixo y.*

(a) $\pi\left(34\sqrt{7} + \sinh^{-1}(7) - \sinh^{-1}(1)\right)$;
(b) $\pi\left(34\sqrt{2} + \sinh^{-1}(e^7) - \sinh^{-1}(1)\right)$;
(c) $\pi\left(34\sqrt{2} + \sinh^{-1}(7) - \sinh^{-1}(1)\right)$;
(d) $\pi\left(34\sqrt{2} + \sinh^{-1}(7)\right)$;
(e) $\pi\left(34\sqrt{2} + \sinh(7) - \sinh(1)\right)$.

Questão 7. *Calcule o volume V do sólido obtido pela rotação em torno do eixo y da região R dada por:*

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 10,\ 0 \leq y \leq \tfrac{1}{x}\right\}.$$

(a) $V = 2\pi$;
(b) $V = \frac{5}{2}\pi$;
(c) $V = 18\pi$;
(d) $V = 5\pi$;
(e) $V = 20\pi$.

Questão 8. *Calcule o limite:*

$$L = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y + xy^2 + \sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}.$$

(a) $L = 1$;
(b) O limite não existe;
(c) $L = (0, 0)$;
(d) $L = +\infty$;
(e) $L = 0$.

Questão 9. *Calcule o limite* $L = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy}{x^2+y^2}$.

(a) $L = 0$;
(b) $L = \frac{1}{2}$;
(c) $L = 1$;
(d) $L = +\infty$;
(e) O limite não existe.

Questão 10. *Calcule a integral indefinida* $\int \sin x \cos^2 x \, \mathrm{d}x$.

(a) $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$;
(b) $\frac{1}{2}\sin^2 x \cos^3 x + C$;
(c) $-\frac{1}{3}\cos^3 x + C$;
(d) $\frac{1}{6}\sin^2 x \cos^3 x + C$;
(e) $-\frac{1}{6}\sin^2 x \cos^3 x + C$.

Questão 11. *Calcule a seguinte integral definida:*

$$A = \int_0^\pi x \sin(x^2+1) \, \mathrm{d}x.$$

(a) $A = 0$;
(b) $A = \frac{1}{2}\left[\cos(1) - \cos\left(1+\pi^2\right)\right]$;
(c) $A = \frac{1}{2}$;
(d) $A = \frac{1}{2}\left[\sin(1) - \sin\left(1+\pi^2\right)\right]$;
(e) $A = \cos(1) - \cos\left(1+\pi^2\right)$.

Questão 12. *Qual das seguintes afirmações sobre o conjunto:*

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\right\}$$

é verdadeira?

(a) A é compacto;
(b) A é aberto;
(c) A é limitado;
(d) A é vazio;
(e) A é fechado.

Questão 13. *Se $C \subset \mathbb{R}^n$, quando é que C é* fechado*?*

(a) Quando nenhum ponto de C é interno a C;
(b) Quando todo ponto de C é interno a C;
(c) Quando existe $p \in C$ que é interno a C;
(d) Quando C não é aberto;
(e) Quando todo ponto do complementar de C é interno ao complementar de C.

Questão 14. *Determine o interior A^o do conjunto*

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\}.$$

(a) $A^o = A$;
(b) $A^o = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x^2\}$;
(c) $A^o = \emptyset$;
(d) $A^o = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < x^2\}$;
(e) $A^o = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2\}$.

Questão 15. *Sejam f e g duas funções de uma variável, ambas deriváveis; definimos $F(x, y) = f(x) \cdot g(y)$. Qual é a derivada parcial $\dfrac{\partial F}{\partial x}$?*

(a) $\dfrac{\partial F}{\partial x} = f'(x) \cdot g'(y)$;
(b) $\dfrac{\partial F}{\partial x} = f'(x) \cdot g(y)$;
(c) $\dfrac{\partial F}{\partial x} = f(x) \cdot g'(y)$;
(d) $\dfrac{\partial F}{\partial x} = f'(x) + g(y)$;
(e) $\dfrac{\partial F}{\partial x} = f'(x) \cdot g(y) + f(x) \cdot g'(y)$.

Questão 16. *Que letra do alfabeto grego é: Λ?*

(a) delta minúsculo ;
(b) Delta maiúsculo;
(c) Gamma maiúsculo;
(d) lambda minúsculo ;
(e) Lambda maiúsculo.

Questão 17. *Calcule a área da superfície de revolução gerada pela rotação do gráfico da função $f(x) = \frac{1}{3}x^3$, com $x \in [0,3]$, em torno do eixo x.*

(a) $\pi\big(82\sqrt{82} - 1\big)$;

(b) $\dfrac{\pi}{9}\big(9^3 - 1\big)$;

(c) $\dfrac{2\pi}{9}$;

(d) $\dfrac{\pi}{9}\big(82\sqrt{82} - 1\big)$;

(e) $\dfrac{\pi}{3}$.

Questão 18. *Se $A \subset \mathbb{R}^2$ e $p \in A$, quando é que p é um* ponto interno *de A?*

(a) Quando para todo $r > 0$ a bola $B(p,r)$ está contida em A;

(b) Quando existe $r > 0$ tal que $B(p,r) \subset A$;

(c) Quando existe $r > 0$ tal que $B(p,r) \cap A \neq \emptyset$;

(d) Quando p não pertence ao complementar de A;

(e) Quando p não é um ponto externo de A.

Questão 19. *Quais são as coordenadas polares (ρ, θ) do ponto P cujas coordenadas cartesianas são $(-1,1)$?*

(a) $\rho = 2$, $\theta = \frac{3}{4}\pi$;

(b) $\rho = -\sqrt{2}$, $\theta = \frac{1}{4}\pi$;

(c) $\rho = \sqrt{2}$, $\theta = \frac{3}{4}\pi$;

(d) $\rho = 2$, $\theta = \frac{1}{4}\pi$;

(e) $\rho = -2$, $\theta = \frac{1}{4}\pi$.

Questão 20. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(1) *Se* $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *é uma primitiva de* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, então* $x\,F(x)$ *é uma primitiva de* $F(x) + x\,f(x)$*.*

(2) $\displaystyle\int f(x)\cdot g(x)\mathrm{d}x = \left(\int f(x)\,\mathrm{d}x\right)\cdot\left(\int g(x)\,\mathrm{d}x\right).$

(3) *Se* $F(x)$ *é uma primitva da* $f(x)$*,* $x > 0$*, então* $F\big(\ln(x)\big)$ *é uma primitiva de* $f\big(\ln(x)\big)$

(4) *Se* F *é uma primitiva de* f*, antão para toda constante* $c \in \mathbb{R}$*,* $F + c$ *é uma primitiva de* f*.*

(5) *Se* F *é uma primitiva de* f*, antão para toda constante* $c \in \mathbb{R}$*,* F *é uma primitiva também de* $f + c$*.*

(a) As afirmações verdadeiras são a (2), a (3) e a (5). As demais são falsas;

(b) As afirmações verdadeiras são a (1) e a (5). As demais são falsas;

(c) As afirmações verdadeiras são a (1), a (4) e a (5). As demais são falsas;

(d) As afirmações verdadeiras são a (4) e a (5). As demais são falsas;

(e) As afirmações verdadeiras são a (1) e a (4). As demais são falsas.

MAT 3210 — Cálculo Diferencial e Integral II

Prof. Paolo Piccione

Prova 1 — $\boxed{\textbf{B}}$

18 de Outubro de 2013

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**