

MAT 1352 – Lista de Exercícios 1

Prof. Paolo Piccione

- (1) Calcule a ordem de infinitésimo da função $f(x)$ no ponto x_0 :
- (a) $f(x) = \sin x - \tan x$, $x_0 = 0$;
 - (b) $f(x) = \ln(1+x)(1 - \cos x)$, $x_0 = 0$;
 - (c) $f(x) = \frac{x - \sin x}{1 - e^x}$, $x_0 = 0$;
 - (d) $f(x) = \sqrt{2} \sin^2 x - \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$;
 - (e) $f(x) = (\arctan x - \frac{\pi}{4}) \ln x$, $x_0 = 1$.
- (2) Calcule o polinômio de Taylor de ordem n da função $f(x)$ centrado no ponto x_0 :
- (a) $f(x) = \sin x^2$, $n = 5$, $x_0 = 0$;
 - (b) $f(x) = e^x \cos x$, $n = 3$, $x_0 = 0$;
 - (c) $f(x) = \ln(1+x)$, $n = 3$, $x_0 = 1$;
 - (d) $f(x) = x \arcsin x$, $n = 2$, $x_0 = 0$;
 - (e) $f(x) = \arctan x$, $n = 3$, $x_0 = 0$;
 - (f) $f(x) = \ln(\cos x)$, $n = 10$, $x_0 = 0$;
 - (g) $f(x) = \sin(\ln(1+x^2))$, $n = 5$, $x_0 = 0$.
- (3) Calcule os limites:
- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x(1 - e^x)^2}$;
 - (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{\sin(1/x)}$;
 - (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - x}{\tan^2 x}$;
 - (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(e^x - e) \ln x}{(1 - x^3)(\cos x - \cos 1)}$;
 - (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \ln(\cos x)}{x(1 - \cos x)}$.
- (4) Usando o polinômio de Taylor, calcule o valor aproximado de \sqrt{e} , $\sin(1/4)$ e $\ln(1.3)$ com erro menor que 10^{-4} .
- (5) Usando o Princípio de Indução, prove as seguintes afirmações:
- (a) $(1+x)^n \geq 1 + nx$ for all $n \geq 0$ ($x > -1$);
 - (b) $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$, onde $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Sugestão: Prove e use a identidade $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$.*

(6) Calcule o valor aproximado das seguintes integrais, com erro menor que 10^{-3} :

- (a) $\int_0^1 \cos(x^2) dx$;
- (b) $\int_0^1 e^{\sin x} dx$; (esse é meio complicado...)
- (c) $\int_0^1 \ln(1 + x^2) dx$;
- (d) $\int_0^1 \arctan(x^2) dx$.

(6) Calcule as seguintes integrais indefinidas:

- (a) $\int x^3 \sin(x^2) dx$
- (b) $\int x e^x \sin x dx$
- (c) $\int (\cos^3 x - 2 \sin^2 x) \sin x dx$
- (d) $\int (x + 2)\sqrt{x - 1} dx$
- (e) $\int \frac{x^2}{x^2 - x - 1} dx$
- (e) $\int \frac{3x - 1}{x^2 + x + 1} dx$
- (f) $\int \frac{2x - 1}{(x - 1)(x^2 + 1)} dx$
- (g) $\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$
- (h) $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$