MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione

27 de Novembro de 2012

Prova 2 — $\boxed{\textbf{B}}$

2012210

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco*.
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função "seno de x"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de x".
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Se* $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ *é uma função contínua e* negativa*, o que representa o número* $I = \displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$*?*

(a) I é menos a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x, com $a \leq x \leq b$;

(b) I é a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x, com $a \leq x \leq b$;

(c) I é igual a $-\big(f(b) - f(a)\big)$;

(d) I é a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x, com $a \leq x \leq b$;

(e) I é menos a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x, com $a \leq x \leq b$.

Questão 2. *Calcule a integral definida* $\displaystyle\int_1^5 \frac{x}{\sqrt{2x-1}}\,\mathrm{d}x$.

(a) $\dfrac{16}{3}$;

(b) 16;

(c) $\dfrac{1}{3}$;

(d) 14;

(e) $\dfrac{14}{3}$.

Questão 3. *Calcule a integral definida* $\displaystyle\int_1^e x\ln^2 x\,\mathrm{d}x$.

(a) $\dfrac{e^2-1}{3}$;

(b) $\dfrac{e^2-1}{4}$;

(c) e^2-1;

(d) 0;

(e) $\dfrac{e-1}{4}$.

Questão 4. *Determine a solução da equação diferencial com dado inicial:*

$$y' = 1 + y, \quad y(0) = 1.$$

(a) $x = Ax + B$;
(b) $x' = x$;
(c) $y(x) = 2e^x - 1$;
(d) $y(x) = 1 - x$;
(e) $y(x) = \ln(1 + x)$.

Questão 5. *Calcule a integral indefinida* $\int x^2 e^x \, \mathrm{d}x$.

(a) $x^2e^x + 2e^x + C$;
(b) $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + C$;
(c) $\frac{1}{3}x^3e^x + x^2e^x + C$;
(d) $x^2e^x - 2xe^x + C$;
(e) $\frac{1}{3}x^3e^x + C$.

Questão 6. *Calcule a integral definida* $\int_0^1 x(x^2+1)^3 \, \mathrm{d}x$.

(a) $\dfrac{15}{8}$;
(b) $\dfrac{8}{15}$;
(c) $\dfrac{15}{18}$;
(d) $\dfrac{13}{8}$;
(e) $\dfrac{18}{5}$.

Questão 7. *Calcule a integral indefinida* $\int \dfrac{e^x}{1+e^{2x}} \, \mathrm{d}x$

(a) $-\ln(1 + e^{2x}) + C$;
(b) $\ln(1 + e^x) + C$;
(c) $\ln(1 + e^{2x}) + C$;
(d) $\operatorname{arctg}(1 + e^{2x}) + C$;
(e) $\operatorname{arctg}(e^x) + C$.

Questão 8. *Calcule a integral indefinida* $\displaystyle\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}\,\mathrm{d}x.$

(a) $\ln(1+\sin^2 x)+C$;
(b) $\operatorname{arctg}(\sin x)+C$;
(c) $\ln(\sin x)+C$;
(d) $\ln(1+\cos^2 x)+C$;
(e) $\operatorname{arctg}(1+\sin^2 x)+C$.

Questão 9. *Considere as seguintes afirmaçãoes sobre as funções contínuas* $f,g:[a,b]\to\mathbb{R}$*:*

(A) *Se* $f\geq g$ *em* $[a,b]$*, então* $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \geq \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.
(B) *Se* $\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{d}x = 0$ *então* $f(x)g(x)=0$ *para todo* $x\in[a,b]$.
(C) *A derivada da função* $F(x)=\int_a^x f(t)\,g(t)\ \mathrm{d}t$ *é* $F'(x)=f(x)g(x)$ *para todo* x.

Qual delas é verdadeira?

(a) (A) e (B) são verdadeiras, (C) é falsa;
(b) (A) e (C) são verdadeiras, (B) é falsa;
(c) são todas falsas;
(d) são todas verdadeiras;
(e) (B) e (C) são verdadeiras, (A) é falsa.

Questão 10. *Seja* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *uma função contínua. Calcule a derivada da função:*

$$F(x)=\int_x^{x^2} f(t)\,\mathrm{d}t.$$

(a) $F'=\int_x^{x^2} f'(t)\,\mathrm{d}t$;
(b) F não é derivável;
(c) $F'(x)=2xf(x)$;
(d) $F'(x)=2xf(x^2)-f(x)$;
(e) $F'(x)=f(x^2)-f(x)$.

Questão 11. *Determine todas as soluções da equação diferencial* $y'=2xy$.

(a) $y=Ce^{-x},\quad C\in\mathbb{R}$;
(b) $y=e^{x^2}+C,\quad C\in\mathbb{R}$;
(c) $y=e^{2x}+C,\quad C\in\mathbb{R}$;
(d) $y=Ce^{x^2},\quad C\in\mathbb{R}$;
(e) $y=Ce^{2x},\quad C\in\mathbb{R}$.

Questão 12. *Calcule a derivada da função* $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} e^{t^2}\,\mathrm{d}t$.

(a) $F'(x) = e^{x^2}$;
(b) $F'(x) = \int_0^{2x} 2te^{t^2}\,\mathrm{d}t$;
(c) $F'(x) = e^{4x^2}$;
(d) $F'(x) = 2e^{x^2}$;
(e) $F'(x) = 2e^{4x^2}$.

Questão 13. *Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

(a) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é derivável, e $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [a,b]$;
(b) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ é dado pela área da região abaixo do gráfico da f;
(c) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então a função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é contínua, e $f'(x) = F(x)$ para todo $x \in [a,b]$;
(d) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = F(b)$;
(e) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é uma primitiva da função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$.

Questão 14. *Calcule a integral definida* $\displaystyle\int_0^3 x\sqrt{1+x}\,\mathrm{d}x$.

(a) $\dfrac{16}{15}$;
(b) $\dfrac{116}{15}$;
(c) $\dfrac{115}{16}$;
(d) $\dfrac{16}{115}$;
(e) $\dfrac{116}{115}$.

Questão 15. *Calcule a integral indefinida* $\displaystyle\int \frac{x}{x+1}\,\mathrm{d}x$.

(a) $x + \ln|x+1| + C$;
(b) $x - \ln|x+1| + C$;
(c) $\ln|x+1| + C$;
(d) $x\ln|x+1| + C$;
(e) $-x\ln|x+1| + C$.

Questão 16. *Calcule a integral indefinida* $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$.

(a) $\ln(x^2+1) + C$;
(b) $\ln(x+1/x) + C$;
(c) $\ln\sqrt{x^2+1} + C$;
(d) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}} + C$;
(e) $\dfrac{1}{x^2+1} + C$.

Questão 17. *O volume V de um sólido de revolução obtido pela rotação ao redor do eixo x da região limitada por $x = a$, $x = b$, $y = 0$ e $y = f(x)$, onde f é uma função contínua e positiva no intervalo $[a, b]$, é dado por* $V = \pi \displaystyle\int_a^b f(x)^2\,\mathrm{d}x$.

Calcule o volume V do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da função $f(x) = \sin x$, no intervalo $[0, \pi]$.

(a) $V = \dfrac{\pi^2}{2}$;
(b) $V = 0$;
(c) $V = \dfrac{\pi}{2}$;
(d) $V = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$;
(e) $V = \pi^2$.

Questão 18. *Seja F uma primitiva da f. Calcule a integral definida*

$$I = \int_1^2 2xf(x^2)\,\mathrm{d}x.$$

(a) $I = f(4) - f(1)$;
(b) $I = 4F(4) - F(1)$;
(c) $I = F(2) - F(1)$;
(d) $I = 2F(2) - F(1)$;
(e) $I = F(4) - F(1)$.

Questão 19. *Calcule a integral indefinida* $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{1+(x+3)^2}$.

(a) $\operatorname{arctg}(x+3) + C$;
(b) $\ln\big(1+(x+3)^2\big) + C$;
(c) $\operatorname{arctg}(x+3)^2 + C$;
(d) $\ln^2\big(1+(x+3)^2\big) + C$;
(e) $\ln\left|\frac{x+3}{x+1}\right| + C$.

Questão 20. *Calcule a integral definida* $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^3 x\,\cos x\,\mathrm{d}x$.

(a) $\dfrac{1}{2}$;
(b) $\dfrac{1}{4}$;
(c) $-\dfrac{1}{4}$;
(d) $\dfrac{1}{3}$;
(e) 0.

MAT 133 — Cálculo II

Turma 2012210

Prof. Paolo Piccione

Prova 2 — $\boxed{\textbf{B}}$

27 de Novembro de 2012

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**