

MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione

16 de Outubro de 2012

Prova 1 — **B**

2012210

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.1)*.
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função “seno de x ”; $\ln x$ é a função “logaritmo natural de x ”.
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

Questão 1. *Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivada segunda, e seja $c \in]a, b[$. Se $f''(x) < 0$ em $[a, c[$ e $f''(x) > 0$ em $]c, b]$, quais das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) $x = c$ é um ponto de inflexão da f ;
- (b) $f'(c) \neq 0$;
- (c) $x = c$ é um máximo local da f ;
- (d) $x = c$ é um mínimo local da f ;
- (e) $x = c$ é um ponto crítico da f .

Questão 2. *Dada a função $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$, determine em quais intervalos é decrescente.*

- (a) $] -\frac{3}{4}, 0[$;
- (b) $] 0, \frac{3}{4}[$;
- (c) $] -\infty, -\frac{3}{4}[$ e $] 0, \frac{3}{4}[$;
- (d) $] -\frac{3}{4}, \frac{3}{4}[$;
- (e) $] -\infty, 0[$ e $] \frac{3}{4}, +\infty[$.

Questão 3. *Qual é o enunciado correto do Teorema do Valor Médio (TVM)?*

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = f(b) + f(a)$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(b) - f(a)$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, e $f'(c) = 0$, então c é um ponto de máximo ou de mínimo para f .

Questão 4. *Determine os pontos críticos da função $f(x) = e^{(x-1)^2}$.*

- (a) $x = 0$;
- (b) $x = 1$;
- (c) $x = 1$ e $x = -1$;
- (d) $x = 0$ e $x = 1$;
- (e) $x = -1$.

Questão 5. Qual é o enunciado correto do Teorema de Weierstrass?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é contínua;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é derivável;
- (d) Se $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $]a, b[$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é limitada, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$.

Questão 6. Qual das seguintes funções é ímpar?

- (a) $f(x) = \tan(x^3)$;
- (b) $f(x) = \sin(x^2)$;
- (c) $f(x) = \cos(x^3)$;
- (d) $f(x) = \ln(1 + x^3)$;
- (e) $f(x) = e^{\sin x}$.

Questão 7. Calcule a derivada segunda da função $f(x) = \ln(1 + x^2)$.

- (a) $f''(x) = \frac{4 - 2x^2}{(1 + x^2)^2}$;
- (b) $f''(x) = \frac{2 - 2x^2}{(1 + x^2)^2}$;
- (c) $f''(x) = \frac{-2 + 2x^2}{(1 + x^2)^2}$;
- (d) $f''(x) = \frac{2 - 4x^2}{(1 + x^2)^2}$;
- (e) $f''(x) = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2}$.

Questão 8. Qual das seguintes afirmações sobre o gráfico da função $f(x) = \ln(1 + \frac{1}{2} \sin(x^2))$ é verdadeira?

- (a) O gráfico da f é simétrico em relação ao eixo y ;
- (b) O gráfico da f intercepta o eixo x em dois pontos;
- (c) O gráfico da f tem concavidade para cima;
- (d) O gráfico da f tem concavidade para baixo;
- (e) O gráfico da f é simétrico em relação à origem.

Questão 9. *Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \sin x \cos x$ no ponto de abscissa $x = \frac{\pi}{4}$.*

- (a) $y - 1 = x - \frac{\pi}{4}$;
- (b) $y = \frac{1}{2}$;
- (c) $y = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{4})$;
- (d) $y = \frac{\pi}{4}x$;
- (e) $2y - \pi x = 0$.

Questão 10. *Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{12} - 1}{x^3 - 1}$.*

- (a) $L = +\infty$;
- (b) $L = 4$;
- (c) $L = \frac{1}{4}$;
- (d) $L = 0$;
- (e) $L = 1$.

Questão 11. *Uma lata cilíndrica de metal é feita para receber 0,8 litro de óleo (o qual ocupa volume de 800 cm^3). Encontre o raio r da base da lata para que o custo do metal utilizado para produzir a lata seja mínimo.*

- (a) $r = \sqrt[3]{\frac{800}{\pi}}$;
- (b) $r = \sqrt{\frac{800}{2\pi}}$;
- (c) $r = \sqrt[3]{\frac{400}{\pi}}$;
- (d) $r = \sqrt[3]{\frac{400}{\pi}}$;
- (e) $r = \sqrt[3]{\frac{200}{\pi}}$.

Questão 12. *Qual das seguintes funções é periódica?*

- (a) $f(x) = \sin(x^2)$;
- (b) $f(x) = \cos(1/x)$;
- (c) $f(x) = \sin(e^x)$;
- (d) $f(x) = e^{x+\sin x}$;
- (e) $f(x) = e^{\sqrt{2+\sin x}}$.

Questão 13. Calcule a derivada de $f(x) = e^x \ln x$.

- (a) $f'(x) = e^x \ln x + \frac{e^x}{x}$;
- (b) $f'(x) = \frac{e^x}{x}$;
- (c) $f'(x) = \frac{1}{x}e^x + \ln x$;
- (d) $f'(x) = \frac{\ln x}{e^x} + xe^x$;
- (e) $f'(x) = e^{\ln x} + \frac{e^x}{x}$.

Questão 14. Determine o domínio da função $f(x) = \ln(1 + x^3)$.

- (a) $] -1, +\infty[$;
- (b) $] 1, +\infty[$;
- (c) $] 0, +\infty[$;
- (d) \mathbb{R} ;
- (e) $[1, +\infty[$.

Questão 15. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$.

- (a) $L = e$;
- (b) $L = 0$;
- (c) $L = -\infty$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = 1$.

Questão 16. Calcule a derivada de $f(x) = e^x \sin x$.

- (a) $f'(x) = e^x + \cos x$;
- (b) $f'(x) = e^x \cos x$;
- (c) $f'(x) = -e^x \cos x$;
- (d) $f'(x) = e^x(\sin x + \cos x)$;
- (e) $f'(x) = e^x \sin x + \cos x$.

Questão 17. Quais são os pontos críticos da função $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 6$?

- (a) $x = 0$ e $x = 6$;
- (b) $x = 3$;
- (c) f não possui pontos críticos;
- (d) $x = 3$ e $x = 6$;
- (e) $x = 2$ e $x = 3$.

Questão 18. *Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivada segunda em todo ponto, e seja $x_0 \in]a, b[$ tal que $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) x_0 é um ponto de máximo local da f ;
- (b) x_0 é um ponto de mínimo local da f ;
- (c) $f'''(x_0) = 0$;
- (d) x_0 não é nem máximo local nem mínimo local da f ;
- (e) x_0 é um ponto de inflexão da f .

Questão 19. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira, pelo Teorema do Valor Intermediário?*

- (a) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 0$ e $f(1) = \frac{\pi}{4}$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = \frac{1}{3}$;
- (b) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 2$ e $f(1) = 0$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = -\frac{1}{3}$;
- (c) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é limitada, e $f(0) = f(1)$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = 0$;
- (d) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 2$ e $f(1) = 0$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = \frac{1}{3}$;
- (e) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 2$ e $f(1) = 0$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = +\infty$.

Questão 20. *Dada a função $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$, determine em quais intervalos o gráfico da f tem concavidade para cima.*

- (a) $] \frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty [$;
- (b) $] -\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}} [$;
- (c) $] -\infty, 0 [$;
- (d) $] -\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}} [$;
- (e) $] -\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}} [$ e $] \frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty [$.

MAT 133 — Cálculo II
Turma 2012210
Prof. Paolo Piccione
Prova 1 — **B**
16 de Outubro de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

| | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|
| 1 | a | b | c | d | e |
| 2 | a | b | c | d | e |
| 3 | a | b | c | d | e |
| 4 | a | b | c | d | e |
| 5 | a | b | c | d | e |
| 6 | a | b | c | d | e |
| 7 | a | b | c | d | e |
| 8 | a | b | c | d | e |
| 9 | a | b | c | d | e |
| 10 | a | b | c | d | e |
| 11 | a | b | c | d | e |
| 12 | a | b | c | d | e |
| 13 | a | b | c | d | e |
| 14 | a | b | c | d | e |
| 15 | a | b | c | d | e |
| 16 | a | b | c | d | e |
| 17 | a | b | c | d | e |
| 18 | a | b | c | d | e |
| 19 | a | b | c | d | e |
| 20 | a | b | c | d | e |

Deixe em branco.

| Corretas | Erradas | Nota |
|----------|---------|------|
| | | |