MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione

16 de Outubro de 2012

Prova 1 — $\boxed{\mathbf{A}}$

2012210

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função "seno de x"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de x".
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Calcule a derivada segunda da função* $f(x) = \ln(1 + x^2)$.

(a) $f''(x) = \dfrac{2 - 4x^2}{(1 + x^2)^2}$;

(b) $f''(x) = \dfrac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2}$;

(c) $f''(x) = \dfrac{-2 + 2x^2}{(1 + x^2)^2}$;

(d) $f''(x) = \dfrac{2 - 2x^2}{(1 + x^2)^2}$;

(e) $f''(x) = \dfrac{4 - 2x^2}{(1 + x^2)^2}$.

Questão 2. *Dada a função* $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$, *determine em quais intervalos o gráfico da* f *tem concavidade para cima.*

(a) $]-\infty, 0[$;

(b) $\left]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty\right[$;

(c) $\left]-\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$;

(d) $\left]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$;

(e) $\left]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$ e $\left]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty\right[$.

Questão 3. *Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função* $f(x) = \sin x \, cos x$ *no ponto de abscissa* $x = \frac{\pi}{4}$.

(a) $2y - \pi x = 0$;

(b) $y = \frac{1}{2}$;

(c) $y = \frac{\pi}{4}x$;

(d) $y - 1 = x - \frac{\pi}{4}$;

(e) $y = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{4})$.

Questão 4. *Quais são os pontos críticos da função* $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 6$?

(a) f não possui pontos críticos;

(b) $x = 0$ e $x = 6$;

(c) $x = 3$ e $x = 6$;

(d) $x = 3$;

(e) $x = 2$ e $x = 3$.

Questão 5. *Qual das seguintes afirmações sobre o gráfico da função* $f(x) = \ln\big(1 + \frac{1}{2}\sin(x^2)\big)$ *é verdadeira?*

(a) O gráfico da f tem concavidade para cima;
(b) O gráfico da f intercepta o eixo x em dois pontos;
(c) O gráfico da f é simétrico em relação à origem;
(d) O gráfico da f tem concavidade para baixo;
(e) O gráfico da f é simétrico em relação ao eixo y.

Questão 6. *Calcule a derivada de* $f(x) = e^x \ln x$.

(a) $f'(x) = e^{\ln x} + \frac{e^x}{x}$;
(b) $f'(x) = \frac{1}{x}e^x + \ln x$;
(c) $f'(x) = e^x \ln x + \frac{e^x}{x}$;
(d) $f'(x) = \frac{\ln x}{e^x} + xe^x$;
(e) $f'(x) = \frac{e^x}{x}$.

Questão 7. *Qual das seguintes funções é impar?*

(a) $f(x) = \cos(x^3)$;
(b) $f(x) = \ln(1 + x^3)$;
(c) $f(x) = \tan(x^3)$;
(d) $f(x) = e^{\sin x}$;
(e) $f(x) = \sin(x^2)$.

Questão 8. *Seja* $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *uma função que admite derivada segunda em todo ponto, e seja* $x_0 \in \,]a, b[$ *tal que* $f'(x_0) = 0$ *e* $f''(x_0) > 0$. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 é um ponto de inflexão da f;
(b) x_0 é um ponto de máximo local da f;
(c) x_0 é um ponto de mínimo local da f;
(d) $f'''(x_0) = 0$;
(e) x_0 não é nem máximo local nem mínimo local da f.

Questão 9. *Qual é o enunciado correto do Teorema do Valor Médio (TVM)?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;

(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, e $f'(c) = 0$, então c é um ponto de máximo ou de mínimo para f;

(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;

(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in \,]a, b[$ tal que $\lim_{x\to c} f(x) = f(b) - f(a)$;

(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in \,]a, b[$ tal que $f'(c) = f(b) + f(a)$.

Questão 10. *Determine o domínio da função* $f(x) = \ln(1 + x^3)$.

(a) $]-1, +\infty[$;

(b) $\mathbb{R}$;

(c) $]1, +\infty[$;

(d) $[1, +\infty[$;

(e) $]0, +\infty[$.

Questão 11. *Seja* $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *uma função que admite derivada segunda, e seja* $c \in \,]a, b[$. *Se* $f''(x) < 0$ *em* $[a, c[$ *e* $f''(x) > 0$ *em* $]c, b]$, *quais das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) $x = c$ é um máximo local da f;

(b) $x = c$ é um ponto de inflexão da f;

(c) $x = c$ é um ponto crítico da f;

(d) $f'(c) \neq 0$;

(e) $x = c$ é um mínimo local da f.

Questão 12. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira, pelo Teorema do Valor Intermediário?*

(a) Se $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 2$ e $f(1) = 0$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = -\frac{1}{3}$;
(b) Se $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 2$ e $f(1) = 0$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = +\infty$;
(c) Se $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 0$ e $f(1) = \frac{\pi}{4}$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = \frac{1}{3}$;
(d) Se $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ é limitada, e $f(0) = f(1)$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = 0$;
(e) Se $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ é contínua, $f(0) = 2$ e $f(1) = 0$, então existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = \frac{1}{3}$.

Questão 13. *Dada a função $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$, determine em quais intervalos é decrescente.*

(a) $\left]0, \frac{3}{4}\right[$;
(b) $]-\infty, 0[$ e $\left]\frac{3}{4}, +\infty\right[$;
(c) $\left]-\frac{3}{4}, 0\right[$;
(d) $\left]-\infty, -\frac{3}{4}\right[$ e $\left]0, \frac{3}{4}\right[$;
(e) $\left]-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right[$.

Questão 14. *Calcule a derivada de $f(x) = e^x \sin x$.*

(a) $f'(x) = e^x + \cos x$;
(b) $f'(x) = e^x(\sin x + \cos x)$;
(c) $f'(x) = e^x \cos x$;
(d) $f'(x) = -e^x \cos x$;
(e) $f'(x) = e^x \sin x + \cos x$.

Questão 15. *Determine os pontos críticos da função $f(x) = e^{(x-1)^2}$.*

(a) $x = 1$;
(b) $x = 0$;
(c) $x = 1$ e $x = -1$;
(d) $x = 0$ e $x = 1$;
(e) $x = -1$.

Questão 16. *Uma lata cilíndrica de metal é feita para receber 0,8 litro de óleo (o qual ocupa volume de 800 cm^3). Encontre o raio r da base da lata para que o custo do metal utilizado para produzir a lata seja mínimo.*

(a) $r = \sqrt[3]{\frac{800}{\pi}}$;

(b) $r = \sqrt[3]{\frac{400}{\pi}}$;

(c) $r = \sqrt{\frac{800}{2\pi}}$;

(d) $r = \sqrt[3]{\frac{400}{\pi}}$;

(e) $r = \sqrt[3]{\frac{200}{\pi}}$.

Questão 17. *Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite* $L = \lim_{x\to 1} \frac{x^{12}-1}{x^3-1}$.

(a) $L = 4$;
(b) $L = +\infty$;
(c) $L = 1$;
(d) $L = 0$;
(e) $L = \frac{1}{4}$.

Questão 18. *Calcule o limite* $L = \lim_{x\to +\infty} x^2 e^{-x}$.

(a) $L = 1$;
(b) $L = -\infty$;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = 0$;
(e) $L = e$.

Questão 19. *Qual das seguintes funções é periódica?*

(a) $f(x) = \cos(1/x)$;
(b) $f(x) = \sin(x^2)$;
(c) $f(x) = e^{\sqrt{2+\sin x}}$;
(d) $f(x) = e^{x+\sin x}$;
(e) $f(x) = \sin(e^x)$.

Questão 20. *Qual é o enunciado correto do Teorema de Weierstrass?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$;
(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é derivável;
(c) Se $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $]a, b[$;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é limitada, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$;
(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é contínua.

MAT 133 — Cálculo II

Turma 2012210

Prof. Paolo Piccione

Prova 1 — $\boxed{\textbf{A}}$

16 de Outubro de 2012

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: _______________________________________

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**