# MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione

14 de Agosto de 2012

## Prova 0 — $\boxed{\textbf{C}}$

2012210

Nome: ______________________________________________

Número USP: ________________________________________

Assinatura: _________________________________________

### Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

### Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função "seno de $x$"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de $x$".
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos $a$ e $b$.

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME***
***NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

**Questão 1.** *Calcule o limte* $L = \lim_{x\to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

(a) $L = \frac{1}{2}$;
(b) $L = 1$;
(c) o limite não existe;
(d) $L = 0$;
(e) $L = +\infty$.

**Questão 2.** *Qual das afirmações é verdadeira?*

(a) Se $f(x) \le g(x) \le h(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$, e $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = L$, então $\lim_{x\to x_0} h(x) = L$;
(b) Se $f(x) \le g(x) \le h(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$, e $\lim_{x\to x_0} f(x)h(x) = L^2$, então $\lim_{x\to x_0} g(x) = L$;
(c) Se $f(x) \le g(x) \le h(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$, e $\lim_{x\to x_0} f(x) = -L$, $\lim_{x\to x_0} h(x) = L$, então $\lim_{x\to x_0} g(x) = 0$;
(d) Se $f(x) \le g(x) \le h(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$, e $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} h(x) = L$, então $\lim_{x\to x_0} g(x) = L$;
(e) Se $f(x) \le g(x) \le h(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$, e $\lim_{x\to x_0} f(x) < \lim_{x\to x_0} h(x)$, então $\lim_{x\to x_0} g(x) > \lim_{x\to x_0} f(x)$.

**Questão 3.** *Em quais pontos a função $f$, definida abaixo, é descontínua?*

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & \textit{se } x \le 1; \\ e^{x-1}, & \textit{se } x > 1. \end{cases}$$

(a) $f$ é contínua em todo ponto;
(b) $x_0 = 0$;
(c) $x_0 = e$;
(d) $x_0 = 2$;
(e) $x_0 = 1$.

**Questão 4.** *Determine o domínio da função* $f(x) = \arcsin(2x)$.

(a) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$;
(b) $[-1, 1]$;
(c) $\mathbb{R}$;
(d) $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$;
(e) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

**Questão 5.** *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(A) *Se* $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$, *então* $\lim_{x \to x_0} f(x)g(x) = 0$;

(B) *Se* $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$, *então* $\lim_{x \to x_0} \dfrac{\ln\big((1 + f(x)\big)}{f(x)} = 1$.

(a) (A) é verdadeira, e (B) é verdadeira só se $f(x) = x - x_0$;
(b) (B) é falsa e (A) é verdadeira;
(c) (A) é falsa e (B) é verdadeira;
(d) são ambas verdadeiras;
(e) são ambas falsas.

**Questão 6.** *Calcule o limite* $L = \lim_{x \to +\infty} x \sin x$.

(a) $L = 1$;
(b) $L = -\infty$;
(c) $L = 0$;
(d) o limite não existe;
(e) $L = +\infty$.

**Questão 7.** *Calcule o limite* $L = \lim_{x \to +\infty} \dfrac{3x^3 - 2x^2 + 5x - 4}{2x^2 + 7x - 4}$.

(a) $L = \frac{3}{2}$;
(b) $L = 0$;
(c) $L = 3$;
(d) $L = \frac{2}{3}$;
(e) $L = +\infty$.

**Questão 8.** *Calcule o limite* $L = \lim_{x\to 0} \dfrac{3^x - 1}{x}$.

(a) $L = +\infty$;
(b) $L = \ln(3)$;
(c) $L = 0$;
(d) $L = 1$;
(e) $L = 3$.

**Questão 9.** *Calcule o limite* $L = \lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{1+x^2}{1+x+x^2}\right)^{2x}$.

(a) $L = 1$;
(b) $L = +\infty$;
(c) $L = \dfrac{1}{e^2}$;
(d) $L = e$;
(e) $L = e^2$.

**Questão 10.** *Determine as soluções da desigualdade* $|3 - 2x^2| \leq 9$.

(a) $\left[-\sqrt{5}, \sqrt{5}\right]$;
(b) $\left[-\sqrt{6}, \sqrt{6}\right]$;
(c) $\left[1, \sqrt{6}\right]$;
(d) $\left[-\sqrt{6}, -1\right] \bigcup \left[1, \sqrt{6}\right]$;
(e) $\left]-\sqrt{6}, \sqrt{6}\right[$.

**Questão 11.** *Determine todas as* assíntotas horizontais *para a função*

$$f(x) = \frac{x+2}{3-x}.$$

(a) $y = 1$;
(b) $f$ não possui assíntotas horizontais;
(c) $y = 2$ e $y = -3$;
(d) $y = 1$ e $y = -1$;
(e) $y = -2$ e $y = 3$.

**Questão 12.** *Qual das funções abaixo é* limitada*?*

(a) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$;
(b) $f(x) = \ln x$;
(c) $f(x) = \dfrac{1}{\cos x}$;
(d) $f(x) = \sin(e^x)$;
(e) $f(x) = e^{-x}$.

**Questão 13.** *Calcule o limite* $L = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5x^4 - 7x^3 - 5x^2 - 9x - 12}{x^4 + 33}$.

(a) $L = 0$;
(b) $L = 5$;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = 1$;
(e) $L = -\infty$.

**Questão 14.** *Determine todas as* assíntotas verticais *para a função:*

$$f(x) = \frac{2-x}{x^2 - 5x + 6}.$$

(a) $x = 2$;
(b) $x = 0$;
(c) $f$ não possui assíntotas horizontais;
(d) $x = 3$;
(e) $x = 2$ e $x = 3$.

**Questão 15.** *Determine o domínio da função* $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

(a) $\mathbb{R}$;
(b) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
(c) $[-1, 1]$;
(d) $]-1, 1[$;
(e) $[0, +\infty[$.

**Questão 16.** *Determine as soluções da equação:* $x^2 - 5|x| + 6 = 0$

(a) $\{-3, -2, 2, 3\}$;
(b) $\{-3, -2, 0, 2, 3\}$;
(c) $\{-2, 3\}$;
(d) $\{-2, 2\}$;
(e) $\{-3, 2\}$.

**Questão 17.** *Para quais* $x \in \mathbb{R}$ *vale a igualdade* $\arcsin\big(\sin x\big) = x$*?*

(a) $x \in \,]-1, 1[$;
(b) para todo $x \in \mathbb{R}$;
(c) $x \in \big]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\big[$;
(d) $x \in [-1, 1]$;
(e) $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

**Questão 18.** *Seja* $f(x)$ *uma função tal que* $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 2$*, e* $g(x)$ *uma função tal que* $\frac{1}{2}f(x) \leq g(x) \leq \dfrac{\ln(x-2)}{x-3}$ *para todo* $x$*. Calcule o limite* $L = \lim\limits_{x\to 3} g(x)$*.*

(a) o limite não existe;
(b) $L = 0$;
(c) $L = \ln(3)$;
(d) $L = +\infty$;
(e) $L = 1$.

**Questão 19.** *Determine o valor de* $c \in \mathbb{R}$ *de forma que a função* $f$ *definida em baixo seja contínua.*

$$f(x) = \begin{cases} 2 - cx, & \text{se } x \leq 2; \\ \dfrac{\sin(x-2)}{x-2}, & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

(a) $c = 1$;
(b) $c = \dfrac{1}{2}$;
(c) $c = -1$;
(d) $c = 0$;
(e) $c = -\dfrac{1}{2}$.

**Questão 20.** *Determine o conjunto das soluções da desigualdade* $\dfrac{2x}{x-2} \geq 1$.

(a) $[2, +\infty[$;

(b) $]-\infty, -1] \bigcup ]2, +\infty[$;

(c) $]-\infty, -2] \bigcup ]2, +\infty[$;

(d) $]2, +\infty[$;

(e) $]-\infty, -2[ \bigcup [2, +\infty[$.

MAT 133 — Cálculo II

Turma 2012210

Prof. Paolo Piccione

Prova 0 — $\boxed{\textbf{C}}$

14 de Agosto de 2012

Nome: ________________________________________

Número USP: ____________________________________

Assinatura: _____________________________________

## Folha de Respostas

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | a | b | c | d | e |
| **2** | a | b | c | d | e |
| **3** | a | b | c | d | e |
| **4** | a | b | c | d | e |
| **5** | a | b | c | d | e |
| **6** | a | b | c | d | e |
| **7** | a | b | c | d | e |
| **8** | a | b | c | d | e |
| **9** | a | b | c | d | e |
| **10** | a | b | c | d | e |
| **11** | a | b | c | d | e |
| **12** | a | b | c | d | e |
| **13** | a | b | c | d | e |
| **14** | a | b | c | d | e |
| **15** | a | b | c | d | e |
| **16** | a | b | c | d | e |
| **17** | a | b | c | d | e |
| **18** | a | b | c | d | e |
| **19** | a | b | c | d | e |
| **20** | a | b | c | d | e |

**Deixe em branco.**

| **Corretas** | **Erradas** | **Nota** |
|---|---|---|
| | | |