MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione

30 de Novembro de 2012

Prova SUB — $\boxed{\textbf{B}}$

2012210

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função "seno de x"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de x".
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Qual é o enunciado correto do Teorema de Weierstrass?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é contínua;
(b) Se $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $]a, b[$;
(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é derivável;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é limitada, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$;
(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$.

Questão 2. *Determine os pontos críticos da função*

$$f(x) = 4x^3 - 30x^2 + 72x + 5.$$

(a) $x = 0$ e $x = 6$;
(b) $x = 3$;
(c) f não possui pontos críticos;
(d) $x = 2$ e $x = 3$;
(e) $x = 3$ e $x = 6$.

Questão 3. *Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2\sin x\, cos x$ no ponto de abscissa $x = \frac{\pi}{4}$.*

(a) $y = 1$;
(b) $2y - \pi x = 0$;
(c) $y - 1 = x - \frac{\pi}{2}$;
(d) $y = \frac{\pi}{2}x$;
(e) $y = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2})$.

Questão 4. *Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função contínua. Calcule a derivada da função:*

$$F(x) = \int_x^{x^3} f(t)\,\mathrm{d}t.$$

(a) $F'(x) = f(x^3) - f(x)$;
(b) $F'(x) = 3x^2 f(x)$;
(c) F não é derivável;
(d) $F'(x) = 3x^2 f(x^3) - f(x)$;
(e) $F' = \int_x^{x^3} f'(t)\,\mathrm{d}t$.

Questão 5. *Qual é o enunciado correto do Teorema do Valor Médio (TVM)?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, e $f'(c) = 0$, então c é um ponto de máximo ou de mínimo para f;
(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = f(b) + f(a)$;
(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;
(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $\lim_{x \to c} f(x) = f(b) - f(a)$.

Questão 6. *Determine o domínio da função* $f(x) = \ln(1 + x^5)$.

(a) $]1, +\infty[$;
(b) $]0, +\infty[$;
(c) $[1, +\infty[$;
(d) $\mathbb{R}$;
(e) $]-1, +\infty[$.

Questão 7. *Calcule a integral indefinida* $\displaystyle\int \frac{x}{x+2}\,\mathrm{d}x$.

(a) $-x \ln|x + 2| + C$;
(b) $x + \ln|x + 2| + C$;
(c) $x - 2\ln|x + 2| + C$;
(d) $2x \ln|x + 2| + C$;
(e) $\ln|x + 2| + C$.

Questão 8. *Calcule a derivada segunda da função* $f(x) = \cos(1 + x^2)$.

(a) $f''(x) = 2\sin(1 + x^2) + 4x^2 \cos(1 + x^2)$;
(b) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2) - \cos(1 + x^2)$;
(c) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2) - 4x^2 \cos(1 + x^2)$;
(d) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2)$;
(e) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2) - 2x\cos(1 + x^2)$.

Questão 9. *Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é uma primitiva da função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$;

(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então a função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é contínua, e $f'(x) = F(x)$ para todo $x \in [a, b]$;

(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ é dado pela área da região abaixo do gráfico da f;

(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é derivável, e $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [a, b]$;

(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = F(b)$.

Questão 10. *Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite* $L = \lim_{x\to 1} \dfrac{x^{16} - 1}{x^4 - 1}$.

(a) $L = 1$;

(b) $L = +\infty$;

(c) $L = 0$;

(d) $L = 4$;

(e) $L = \frac{1}{4}$.

Questão 11. *Calcule a derivada da função* $F(x) = \displaystyle\int_{2x}^{0} e^{t^2}\,\mathrm{d}t$.

(a) $F'(x) = \int_{2x}^{0} 2te^{t^2}\,\mathrm{d}t$;

(b) $F'(x) = -2e^{x^2}$;

(c) $F'(x) = -2e^{4x^2}$;

(d) $F'(x) = e^{-4x^2}$;

(e) $F'(x) = -e^{x^2}$.

Questão 12. *Qual das seguintes funções é impar?*

(a) $f(x) = \tan(x^2)$;

(b) $f(x) = \sin(x^3)$;

(c) $f(x) = \ln(1 + x^3)$;

(d) $f(x) = \cos(x^3)$;

(e) $f(x) = e^{\sin x}$.

Questão 13. *Calcule a derivada de $f(x) = e^x \cos x$.*

(a) $f'(x) = -e^x \cos x$;
(b) $f'(x) = e^x(-\sin x + \cos x)$;
(c) $f'(x) = e^x \sin x$;
(d) $f'(x) = e^x + \sin x$;
(e) $f'(x) = -e^x \sin x + \cos x$.

Questão 14. *Determine a solução da equação diferencial com dado inicial:*

$$y' = 1 + y, \quad y(0) = 2.$$

(a) $y(x) = 3e^x - 1$;
(b) $y(x) = 2e^x$;
(c) $x' = 2x$;
(d) $y = Ax + B$;
(e) $y(x) = \ln(2 + x)$.

Questão 15. *Calcule a integral indefinida* $\int x \sin x \, \mathrm{d}x$.

(a) $x \cos x + \sin x + C$;
(b) $x \sin x - \cos x + C$;
(c) $-x \cos x - \sin x + C$;
(d) $-x \cos x + \sin x + C$;
(e) $x \cos x - \sin x + C$.

Questão 16. *Calcule o limite* $L = \lim_{x \to +\infty} x^3 e^{-x}$.

(a) $L = 1$;
(b) $L = 0$;
(c) $L = -\infty$;
(d) $L = +\infty$;
(e) $L = e$.

Questão 17. *Determine todas as soluções da equação diferencial* $y' = 3x^2 y$.

(a) $y = Ce^{-3x^2}, \quad C \in \mathbb{R}$;
(b) $y = e^{3x^2} + C, \quad C \in \mathbb{R}$;
(c) $y = Ce^{3x^2}, \quad C \in \mathbb{R}$;
(d) $y = e^{x^3} + C, \quad C \in \mathbb{R}$;
(e) $y = Ce^{x^3}, \quad C \in \mathbb{R}$.

Questão 18. *Se* $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *é uma função contínua e* negativa*, o que representa o número* $I = -\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$*?*

(a) I é a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x, com $a \le x \le b$;
(b) I é menos a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x, com $a \le x \le b$;
(c) I é igual a $-\big(F(b) - F(a)\big)$;
(d) I é menos a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x, com $a \le x \le b$;
(e) I é a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x, com $a \le x \le b$.

Questão 19. *Seja* $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *uma função que admite derivada segunda, e seja* $c \in]a, b[$*. Se* $f''(x) > 0$ *em* $[a, c[$ *e* $f''(x) < 0$ *em* $]c, b]$*, quais das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) $x = c$ é um ponto de inflexão da f;
(b) $x = c$ é um mínimo local da f;
(c) $f'(c) \neq 0$;
(d) $x = c$ é um máximo local da f;
(e) $x = c$ é um ponto crítico da f.

Questão 20. *Dada a função* $f(x) = -8x^4 + 9x^2 - 5$*, determine em quais intervalos o gráfico da* f *tem concavidade para baixo.*

(a) $\left]-\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$;
(b) $\left]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty\right[$;
(c) $\left]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$ e $\left]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty\right[$;
(d) $\left]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$;
(e) $]-\infty, 0[$.

MAT 133 — Cálculo II
Turma 2012210

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB — $\boxed{\textbf{B}}$

30 de Novembro de 2012

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: _______________________________________

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**