

MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione  
30 de Novembro de 2012

Prova SUB — **A**

2012210

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto (0.1).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$  é a função “seno de  $x$ ”;  $\ln x$  é a função “logaritmo natural de  $x$ ”.
- $]a, b[$  denota o intervalo *aberto* de extremos  $a$  e  $b$ .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

**Questão 1.** Calcule a derivada da função  $F(x) = \int_{2x}^0 e^{t^2} dt$ .

- (a)  $F'(x) = -2e^{4x^2}$ ;
- (b)  $F'(x) = \int_{2x}^0 2te^{t^2} dt$ ;
- (c)  $F'(x) = -2e^{x^2}$ ;
- (d)  $F'(x) = -e^{x^2}$ ;
- (e)  $F'(x) = e^{-4x^2}$ .

**Questão 2.** Calcule a integral indefinida  $\int x \sin x dx$ .

- (a)  $x \cos x + \sin x + C$ ;
- (b)  $x \cos x - \sin x + C$ ;
- (c)  $-x \cos x - \sin x + C$ ;
- (d)  $-x \cos x + \sin x + C$ ;
- (e)  $x \sin x - \cos x + C$ .

**Questão 3.** Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua e negativa, o que representa o número  $I = -\int_a^b f(x) dx$ ?

- (a)  $I$  é menos a área da região acima do gráfico da  $f$  e abaixo do eixo  $x$ , com  $a \leq x \leq b$ ;
- (b)  $I$  é a área da região abaixo do gráfico da  $f$  e acima do eixo  $x$ , com  $a \leq x \leq b$ ;
- (c)  $I$  é menos a área da região abaixo do gráfico da  $f$  e acima do eixo  $x$ , com  $a \leq x \leq b$ ;
- (d)  $I$  é a área da região acima do gráfico da  $f$  e abaixo do eixo  $x$ , com  $a \leq x \leq b$ ;
- (e)  $I$  é igual a  $-(F(b) - F(a))$ .

**Questão 4.** Calcule a derivada de  $f(x) = e^x \cos x$ .

- (a)  $f'(x) = e^x \sin x$ ;
- (b)  $f'(x) = e^x + \sin x$ ;
- (c)  $f'(x) = -e^x \cos x$ ;
- (d)  $f'(x) = e^x(-\sin x + \cos x)$ ;
- (e)  $f'(x) = -e^x \sin x + \cos x$ .

**Questão 5.** Qual é o enunciado correto do Teorema do Valor Médio (TVM)?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, e  $f'(c) = 0$ , então  $c$  é um ponto de máximo ou de mínimo para  $f$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) = f(b) + f(a)$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) = 0$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(b) - f(a)$ .

**Questão 6.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua. Calcule a derivada da função:

$$F(x) = \int_x^{x^3} f(t) dt.$$

- (a)  $F' = \int_x^{x^3} f'(t) dt$ ;
- (b)  $F'(x) = 3x^2 f(x)$ ;
- (c)  $F'(x) = 3x^2 f(x^3) - f(x)$ ;
- (d)  $F$  não é derivável;
- (e)  $F'(x) = f(x^3) - f(x)$ .

**Questão 7.** Qual das seguintes funções é ímpar?

- (a)  $f(x) = e^{\sin x}$ ;
- (b)  $f(x) = \sin(x^3)$ ;
- (c)  $f(x) = \ln(1 + x^3)$ ;
- (d)  $f(x) = \tan(x^2)$ ;
- (e)  $f(x) = \cos(x^3)$ .

**Questão 8.** Qual é o enunciado correto do Teorema de Weierstrass?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  possui máximo e mínimo em  $[a, b]$ , então  $f$  é contínua;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  possui máximo e mínimo em  $[a, b]$ , então  $f$  é derivável;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  possui máximo e mínimo em  $[a, b]$ ;
- (d) Se  $f : ]a, b[ \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  possui máximo e mínimo em  $]a, b[$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é limitada, então  $f$  possui máximo e mínimo em  $[a, b]$ .

**Questão 9.** Determine todas as soluções da equação diferencial  $y' = 3x^2y$ .

- (a)  $y = Ce^{x^3}$ ,  $C \in \mathbb{R}$ ;
- (b)  $y = e^{x^3} + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$ ;
- (c)  $y = e^{3x^2} + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$ ;
- (d)  $y = Ce^{-3x^2}$ ,  $C \in \mathbb{R}$ ;
- (e)  $y = Ce^{3x^2}$ ,  $C \in \mathbb{R}$ .

**Questão 10.** Determine os pontos críticos da função

$$f(x) = 4x^3 - 30x^2 + 72x + 5.$$

- (a)  $x = 0$  e  $x = 6$ ;
- (b)  $f$  não possui pontos críticos;
- (c)  $x = 3$ ;
- (d)  $x = 2$  e  $x = 3$ ;
- (e)  $x = 3$  e  $x = 6$ .

**Questão 11.** Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então a função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é derivável, e  $F'(x) = f(x)$  para todo  $x \in [a, b]$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  é uma primitiva da função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então a função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é contínua, e  $f'(x) = F(x)$  para todo  $x \in [a, b]$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $\int_a^b f(t) dt$  é dado pela área da região abaixo do gráfico da  $f$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $\int_a^b f(t) dt = F(b)$ .

**Questão 12.** Calcule a integral indefinida  $\int \frac{x}{x+2} dx$ .

- (a)  $2x \ln|x+2| + C$ ;
- (b)  $-x \ln|x+2| + C$ ;
- (c)  $\ln|x+2| + C$ ;
- (d)  $x - 2 \ln|x+2| + C$ ;
- (e)  $x + \ln|x+2| + C$ .

**Questão 13.** Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função que admite derivada segunda, e seja  $c \in ]a, b[$ . Se  $f''(x) > 0$  em  $[a, c[$  e  $f''(x) < 0$  em  $]c, b]$ , quais das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $x = c$  é um ponto crítico da  $f$ ;
- (b)  $f'(c) \neq 0$ ;
- (c)  $x = c$  é um ponto de inflexão da  $f$ ;
- (d)  $x = c$  é um mínimo local da  $f$ ;
- (e)  $x = c$  é um máximo local da  $f$ .

**Questão 14.** Calcule a derivada segunda da função  $f(x) = \cos(1 + x^2)$ .

- (a)  $f''(x) = -2 \sin(1 + x^2) - 2x \cos(1 + x^2)$ ;
- (b)  $f''(x) = -2 \sin(1 + x^2) - 4x^2 \cos(1 + x^2)$ ;
- (c)  $f''(x) = -2 \sin(1 + x^2) - \cos(1 + x^2)$ ;
- (d)  $f''(x) = 2 \sin(1 + x^2) + 4x^2 \cos(1 + x^2)$ ;
- (e)  $f''(x) = -2 \sin(1 + x^2)$ .

**Questão 15.** Determine o domínio da função  $f(x) = \ln(1 + x^5)$ .

- (a)  $]1, +\infty[$ ;
- (b)  $] -1, +\infty[$ ;
- (c)  $]0, +\infty[$ ;
- (d)  $[1, +\infty[$ ;
- (e)  $\mathbb{R}$ .

**Questão 16.** Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = 2 \sin x \cos x$  no ponto de abscissa  $x = \frac{\pi}{4}$ .

- (a)  $y = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2})$ ;
- (b)  $y = \frac{\pi}{2}x$ ;
- (c)  $y - 1 = x - \frac{\pi}{2}$ ;
- (d)  $y = 1$ ;
- (e)  $2y - \pi x = 0$ .

**Questão 17.** Determine a solução da equação diferencial com dado inicial:

$$y' = 1 + y, \quad y(0) = 2.$$

- (a)  $x' = 2x$ ;
- (b)  $y(x) = 2e^x$ ;
- (c)  $y = Ax + B$ ;
- (d)  $y(x) = 3e^x - 1$ ;
- (e)  $y(x) = \ln(2 + x)$ .

**Questão 18.** Dada a função  $f(x) = -8x^4 + 9x^2 - 5$ , determine em quais intervalos o gráfico da  $f$  tem concavidade para baixo.

- (a)  $\left] -\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}} \right[$ ;
- (b)  $\left] -\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}} \left[ e \right] \frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty \right[$ ;
- (c)  $] -\infty, 0[$ ;
- (d)  $\left] \frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty \right[$ ;
- (e)  $\left] -\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}} \right[$ .

**Questão 19.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x}$ .

- (a)  $L = 1$ ;
- (b)  $L = e$ ;
- (c)  $L = 0$ ;
- (d)  $L = +\infty$ ;
- (e)  $L = -\infty$ .

**Questão 20.** Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{16} - 1}{x^4 - 1}$ .

- (a)  $L = +\infty$ ;
- (b)  $L = 1$ ;
- (c)  $L = 4$ ;
- (d)  $L = \frac{1}{4}$ ;
- (e)  $L = 0$ .

MAT 133 — Cálculo II  
Turma 2012210  
Prof. Paolo Piccione  
Prova SUB — **A**  
30 de Novembro de 2012

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

### Folha de Respostas

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota