

MAT112 - Vetores e geometria

Lista de exercícios 6

Prof. Paolo Piccione

19/06/2018

Questão 1 Determine se os pontos $P = (1, 1, 1)$ e $Q = (0, -1, 0)$ pertencem à reta r que passa pelo ponto $A = (1, 1, 1)$ e é paralela ao vetor $\vec{v} = (1, 2, -1)$.

Questão 2 Determinar, caso seja possível, a forma simétrica da equação da reta r que passa pelos pontos dados.

a) $A = (1, 2, 3)$ e $B = (2, 3, 4)$.

b) $A = (1, 0, 1)$ e $B = (1, 2, 3)$.

Questão 3 Verifique se $r = s$ nos casos:

a) $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$ $s : \begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2}\mu \\ y = 2 + \mu \\ z = 1 + \frac{1}{2}\mu \end{cases} \mu \in \mathbb{R}$

b) $r : \begin{cases} x = \frac{1}{3} - \lambda \\ y = -\frac{1}{3} + \lambda \\ z = \frac{2}{3} - \lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$ $s : \begin{cases} x = 1 - \mu \\ y = -1 + \mu \\ z = 2 - \mu \end{cases} \mu \in \mathbb{R}$

c) $r : X = (1, 1, 0) + \lambda(1, 0, -\frac{1}{2}) \lambda \in \mathbb{R}$
 $s : X = (1, 1, \frac{1}{2}) + \mu(-2, 0, 1) \mu \in \mathbb{R}$

Questão 4 Escreva equações paramétricas para a reta r que passa pelo ponto $A = (2, 0, -3)$ e :

a) é paralela à reta

$$s : \frac{1-x}{5} = \frac{3y}{4} = \frac{z+3}{6}$$

b) é paralela à reta que passa pelos pontos $B = (1, 0, 4)$ e $C = (2, 1, 3)$.

$$c) \text{ é paralela à reta } s : \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Questão 5 Passe para a forma simétrica, quando for possível, as equações obtidas na questão anterior.

Questão 6 Obtenha equações paramétricas para os três eixos coordenados.

Questão 7 Dois pontos efetuam movimentos descritos pelas equações

$$\begin{aligned} X &= (0, 0, 0) + \lambda(1, 2, 4) \quad \lambda \in \mathbb{R} \\ X &= (1, 0, -2) + \lambda(-1 - 1 - 1) \quad \lambda \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Pergunta-se se as trajetórias são concorrentes e se haverá colisão.

Questão 8 Dada a reta $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 1)$ e os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 0, 1)$, ache o ponto de r equidistante de A e B .

Questão 9 Ache equações paramétricas da reta que passa por $A = (3, 3, 3)$ e é paralela à reta BC , sendo $B = (1, 1, 0)$ e $C = (-1, 0, -1)$.

Questão 10 Dados os pontos $A = (1, 2, 5)$ e $B = (0, 1, 0)$, determine P sobre a reta que passa por A e B tal que o comprimento de PB seja o triplo do comprimento de PA .

Questão 11 Escreva equações vetorial e paramétrica para os planos descritos abaixo:

- π passa por $A = (1, 1, 0)$ e $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (2, 1, 0)$.
- π passa por $A = (1, 0, 1)$ e $B = (0, 1, -1)$ e é paralelo ao segmento CD , onde $C = (1, 2, 1)$ e $D = (0, 1, 0)$.
- π passa por $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (1, -1, 0)$.
- π passa por $A = (1, 0, 2)$, $B = (-1, 1, 3)$ e $C = (3, -1, 1)$.

Questão 12 Verifique (e explique por que) se $\pi_1 = \pi_2$ nos seguintes casos:

- $\pi_1 : X = (1, 2, 1) + \lambda(1, -1, 2) + \mu(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -1)$
 $\pi_2 : X = (1, 2, 1) + \alpha(-1, 1, -2) + \beta(-3, 4, -6)$

$$b) \pi_1 : X = (1, 1, 1) + \lambda(2, 3, -1) + \mu(-1, 1, 1)$$

$$\pi_2 : X = (1, 6, 2) + \lambda(-1, 1, 1) + \mu(2, 3, -1)$$

$$c) \pi_1 : X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(0, 1, 0)$$

$$\pi_2 : X = (1, 1, 0) + \lambda(1, 2, 1) + \mu(0, -1, 1)$$

$$d) \pi_1 : X = (2, 1, 3) + \lambda(1, 1, -1) + \mu(1, 0, 1)$$

$$\pi_2 : X = (0, 1, 1) + \lambda(1, 3, -5) + \mu(1, -1, 3)$$

Questão 13 Escreva equações paramétricas para os três planos coordenados.

Questão 14 Verifique se $\pi_1 = \pi_2$ nos seguintes casos (explique por que):

$$a) \pi_1 : x + -3y + 2z + 1 = 0, \pi_2 : 2x - 6y + 4z + 1 = 0$$

$$b) \pi_1 : x + \frac{y}{2} + 2z - 1 = 0, \pi_2 : -2x + y - 4z + 2 = 0$$

Questão 15 Obtenha equações gerais para os planos π descritos abaixo:

$$a) \pi \text{ passa por } A = (1, 1, 0) \text{ e } B = (1, -1, -1) \text{ e é paralelo ao vetor } \vec{v} = (2, 1, 0).$$

$$b) \pi \text{ passa por } A = (1, 0, 1) \text{ e } B = (0, 1, -1) \text{ e é paralelo ao segmento } CD, \text{ onde } C = (1, 2, 1) \text{ e } D = (0, 1, 0).$$

$$c) \pi \text{ passa pelos pontos } A = (1, 0, 1), B = (2, 1, -1) \text{ e } C = (1, -1, 0).$$

$$d) \pi \text{ passa pelos pontos } A = (1, 0, 2), B = (-1, 1, 3) \text{ e } C = (3, -1, 1).$$

Questão 16 Dadas as retas

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z \text{ e } s : x-1 = y = z$$

obtenha uma equação geral para o plano determinado por r e s .

Questão 17 Dadas as retas

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2} \text{ e } s : \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-4}{4}$$

obtenha uma equação geral para o plano determinado por r e s .

Questão 18 Obtenha uma equação geral do plano

$$\pi : \begin{cases} x = 1 + \lambda - \mu \\ y = 2\lambda + \mu \\ z = 3 - \mu \end{cases}$$

Questão 19 Obtenha uma equação geral do plano

$$\pi : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda + \mu \end{cases}$$