

## MAT 112 — Lista de Exercícios 4

Prof. Paolo Piccione

12 de abril de 2019

Nos exercícios a seguir,  $B$  denota uma base ortonormal orientada positivamente de  $\mathbf{V}^3$ .

- (1) Calcule o produto vetorial  $\vec{v} \times \vec{w}$ , onde  $\vec{v} = (1, 0, 2)_B$  e  $\vec{w} = (-1, 2, -1)_B$ .
- (2) Dados os vetores  $\vec{v}_1 = (2, -1, 1)_B$ ,  $\vec{v}_2 = (-1, -1, -1)_B$  e  $\vec{v}_3 = (0, 1, 2)_B$ , determine se  $C = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$  é uma base de  $\mathbf{V}^3$ , e nesse caso estabelecer se é orientada positivamente ou negativamente.
- (3) Use o procedimento de Gram–Schmidt para ortonormalizar a base  $C$  do Exercício (2).
- (4) Seja  $\vec{w}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)_B$  e  $\vec{w}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)_B$ . Determine um vetor  $\vec{w}_3$  com a propriedade que  $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3)$  seja uma base ortonormal orientada negativamente.
- (5) Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores  $2\vec{v}_1$ ,  $-\vec{v}_2$  e  $\vec{v}_3$ , onde  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  e  $\vec{v}_3$  são dados no Exercício (2).
- (6) Prove que o produto misto satisfaz as seguintes propriedades:  
 $(\vec{v}_3 \times \vec{v}_1) \cdot \vec{v}_2 = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3$  e  $(\vec{v}_2 \times \vec{v}_3) \cdot \vec{v}_1 = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3$ , para qualquer tripla de vetores  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in \mathbf{V}^3$ .
- (7) Prove que o produto misto de três vetores, dois dos quais sejam paralelos, é nulo.
- (8) Determine um vetor de norma igual a 2, que seja perpendicular ao plano gerado pelos dois vetores  $\vec{v}_1 = (2, 0, -1)_B$  e  $\vec{v}_2 = (1, 1, 1)_B$ . Quantos destes vetores existem?
- (9) Escreva o vetor  $\vec{v} = (2, 2, 2)_B$  como combinação linear dos vetores  $\vec{w}_1$ ,  $\vec{w}_2$  e  $\vec{w}_3$  determinados no Exercício (4).
- (10) Calcule a área do paralelogramo gerado pelos vetores  $\vec{v} = (1, 2, 3)_B$  e  $\vec{w} = (3, 2, 1)_B$ .