MAT0112 - VETORES E GEOMETRIA

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

PROF. PAOLO PICCIONE

Questão 1. *Determine quais dos conjuntos abaixo são LI:*

a) $\{(1,1,2),(1,1,0),(1,1,1)\}$.

b) $\{(1,1,1),(1,2,1),(1,2,2)\}$.

c) $\{(1,0,1),(0,0,1),(2,0,5)\}$

Questão 2. *Prove que se* $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ *é LI, então* $(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w},\vec{u}-\vec{v},3\vec{v})$ *também é LI, o mesmo sucedendo com* $(\vec{u}+\vec{v},\vec{u}+\vec{w},\vec{v}+\vec{w})$.

Questão 3. *Seja* $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ *LI. Dado* $\vec{t}$ *qualquer, sabemos que existem* α,β,γ *tais que* $\vec{t}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w}$. *Prove que* $(\vec{u}+\vec{t},\vec{v}+\vec{t},\vec{w}+\vec{t})$ *é LI se, e somente se,* $\alpha+\beta+\gamma+1\neq 0$.

Questão 4. *Prove que* $(\vec{u},\vec{v})$ *é LI se, e somente se,* $(\vec{u}+\vec{v},\vec{u}-\vec{v})$ *é LI.*

Questão 5. *Prove que* $(\vec{u}-2\vec{v}+\vec{w},2\vec{u}+\vec{v}+3\vec{w},\vec{u}+8\vec{v}+3\vec{w})$ *é LD quaisquer que sejam os vetores* $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$.

Questão 6. *Determine* m *de modo que os vetores* $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ *sejam LD, onde* $\vec{u}=(1,m+1,m+2)$, $\vec{v}=(1,0,m)$ *e* $\vec{w}=(0,2,3)$.

Questão 7. *Considere* $\vec{u}$ *e* $\vec{v}$ *dois vetores não paralelos. Determine* α *e* β *nos casos seguintes, sabendo que:*

a) $(2\alpha-2\beta)\vec{u}+(\alpha+\beta-2)\vec{v}=\vec{0}$.

b) $(\alpha+\beta-2)\vec{u}+(\alpha+\beta-1)\vec{v}=\vec{0}$.

Questão 8. *Sejam* $\vec{u}$, $\vec{v}$ *e* $\vec{w}$ *três vetores de* $\mathbb{V}^3$. *Prove que*

a) Se $\{\vec{u},\vec{v}\}$ *são LD então* $\{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ *são LD.*

b) Se $\{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ *são LI então* $\{\vec{u},\vec{v}\}$ *são LI.*

Questão 9. *Sendo* $\mathcal{E}$ *uma base, verifique se* $\vec{f_1},\vec{f_2},\vec{f_3}$ *formam uma base, nos casos:*

a) $\vec{f_1}=(1,1,1)_{\mathcal{E}}$,$\vec{f_2}=(2,2,1)_{\mathcal{E}}$ *e* $\vec{f_3}=(1,1,2)_{\mathcal{E}}$

b) $\vec{f_1}=(1,2,3)_{\mathcal{E}}$,$\vec{f_2}=(4,5,6)_{\mathcal{E}}$ *e* $\vec{f_3}=(7,8,9)_{\mathcal{E}}$

c) $\vec{f_1}=(1,2,1)_{\mathcal{E}}$,$\vec{f_2}=(-1,-1,1)_{\mathcal{E}}$ *e* $\vec{f_3}=(-2,-1,0)_{\mathcal{E}}$

Questão 10. *Para quais valores de* a *os vetores* $\vec{f_1},\vec{f_2},\vec{f_3}$ *formam uma base?*

a) $\vec{f_1}=(a,1,a)_{\mathcal{E}}$,$\vec{f_2}=(1,a,1)_{\mathcal{E}}$ *e* $\vec{f_3}=(0,0,1)_{\mathcal{E}}$

b) $\vec{f_1}=(a,a,1)_{\mathcal{E}}$,$\vec{f_2}=(3,1,-1)_{\mathcal{E}}$ *e* $\vec{f_3}=(2a-3,2a-1,3)_{\mathcal{E}}$

c) $\vec{f_1}=(2a,1,1)_{\mathcal{E}}$,$\vec{f_2}=(0,a,2)_{\mathcal{E}}$ *e* $\vec{f_3}=(a,a,1)_{\mathcal{E}}$

Questão 11. *Para quais valores da constante* λ *os vetores* $\overrightarrow{v_1}=(\lambda,\lambda,2)_{\mathcal{E}}$, $\overrightarrow{v_2}=(\lambda,-1,-\lambda)_{\mathcal{E}}$ *e* $\overrightarrow{v_3}=(2\lambda,1,-\lambda)_{\mathcal{E}}$ *são linearmente dependentes?*

Questão 12. *Considere fixada uma base de vetores* $\mathcal{B} = (\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$. *Sejam* $\vec{f_1} = (1,1,1)_{\mathcal{B}}$, $\vec{f_2} = (1,0,1)_{\mathcal{B}}$ *e* $\vec{f_3} = (0,1,1)_{\mathcal{B}}$.

a) *Mostre que* $\mathcal{C} = (\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3})$ *é uma base de* $\mathbb{V}^3$.

b) *Encontre as coordenadas do vetor* $\vec{u} = (1,2,3)_{\mathcal{C}}$ *na base* $\mathcal{B}$.

c) *Encontre as coordenadas do vetor* $\vec{v} = (1,2,3)_{\mathcal{B}}$ *na base* $\mathcal{C}$

Questão 13. *Considere a base* $B = (\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3})$ *formada pelos vetores* $\overrightarrow{v_1} = (1,-1,1)_{\mathcal{E}}$, $\overrightarrow{v_2} = (-2,-1,0)_{\mathcal{E}}$ *e* $\overrightarrow{v_3} = (0,-1,1)_{\mathcal{E}}$, *onde* $\mathcal{E}$ *denota a base canônica. Calcule as componentes* $(a,b,c)_B$ *na base* B *do vetor* $\overrightarrow{v} = (2,-1,1)_{\mathcal{E}}$.

Questão 14. *Dê a matriz mudança de base* $\mathcal{E} = (\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$ *para a base* $\mathcal{F} = (\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3})$ *nos casos abaixo:*

a)
$$\vec{f_1} = -3\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}$$
$$\vec{f_2} = \vec{e_1} - 2\vec{e_2} + \vec{e_3}$$
$$\vec{f_3} = \vec{e_1} + 2\vec{e_2}$$

b)
$$\vec{f_1} = \vec{e_1} - \vec{e_3}$$
$$\vec{f_2} = 3\vec{e_1}$$
$$\vec{f_3} = 4\vec{e_1} - 3\vec{e_2}$$