

MAT 112 — Vetores e Geometria

Prof. Paolo Piccione

02 de julho de 2019

Prova SUB — **D**

Turmas: 2019146 e 2019134

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.1).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página). Nesta página, cruze sua turma (134 alun@s do IAG, 146 alun@s do BCC)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- Todos os sistemas de coordenadas utilizados na prova são ortogonais.
- Para vetores v e w , $v \times w$ denota o produto vetorial de v e w

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

Questão 1. Analise as afirmações (i), (ii) e (iii) abaixo, coloque (V) para verdadeiro ou (F) para falso e em seguida marque a respectiva sequência correta:

(i) Seja \vec{v} um vetor em \mathbb{V}^3 , e seja $\vec{u} \in \mathbb{V}^3$ um vetor unitário (i.e., de comprimento 1).

O vetor $\vec{w} = \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{u})\vec{u}$ é ortogonal a \vec{u} .

(ii) Se \vec{u} e \vec{v} são linearmente independentes então $\vec{w}_1 = 2\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{w}_2 = 4\vec{u} + 2\vec{v}$ são linearmente independentes.

(iii) Se E é uma base ortonormal, $\vec{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)_E$ tem norma 1.

- (a) F, V, V;
- (b) F, F, F;
- (c) V, V, V;
- (d) V, V, F;
- (e) F, F, V.

Questão 2. Dada a esfera $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$ e o plano $\pi : 2x + 3y - z = 1$. Podemos afirmar que

- (a) A esfera S tem raio 3.
- (b) O ponto $C = (1, 3, 2)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
- (c) O ponto $C = (1, 1, 0)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
- (d) O ponto $C = (3, 2, 1)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
- (e) O ponto $C = (1, 1, 4)$ pertence a esfera S e ao plano π .

Questão 3. Calcule a distância d entre o ponto $P = (2, 3)$ e o ponto médio do segmento com extremos $A = (6, 0)$ e $B = (0, 4)$.

- (a) $d = 2$;
- (b) $d = \sqrt{3}$;
- (c) $d = 3$;
- (d) $d = 0$;
- (e) $d = \sqrt{2}$.

Questão 4. Determine a posição relativa entre a reta r e o plano π :

$$r : \begin{cases} x = 1 - \lambda, \\ y = 2\lambda, \\ z = -1 - \lambda, \end{cases}, \quad \pi : x + y + z = 1.$$

- (a) r é ortogonal a π ;
- (b) r é paralela a π , e $r \cap \pi = \emptyset$;
- (c) r intercepta π exatamente em 2 pontos;
- (d) r intercepta π em um ponto apenas, mas não é ortogonal a π ;
- (e) r está contida em π .

Questão 5. A reta s passa pelo ponto $P = (2, 2, 3)$ e é perpendicular à reta $r : X = (1, 1, 1) + \lambda(2, 1, -3)$. O ponto onde s intercepta r é:

- (a) $(-\frac{8}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14})$;
- (b) $(\frac{4}{7}, -\frac{11}{14}, -\frac{23}{14})$;
- (c) $(\frac{8}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14})$;
- (d) $(\frac{4}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14})$;
- (e) $(-\frac{4}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14})$.

Questão 6. Determine a equação das esferas S_+ e S_- com centro na reta r , com raio $R = 2$, e tangentes ao plano π , onde:

$$r : \begin{cases} x = \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = 2\lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad \pi : x + y + z = 0.$$

- (a) $S_{\pm} : (x \pm 1)^2 + (y \pm 1)^2 + (z \pm 2)^2 = 4$;
- (b) $S_{\pm} : (x \pm \frac{1}{2})^2 + (y \pm \frac{1}{2})^2 + (z \pm 1)^2 = 4$;
- (c) $S_{\pm} : (x \pm \sqrt{3})^2 + (y \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4$;
- (d) $S_{\pm} : (x \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (y \pm \sqrt{3})^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4$;
- (e) $S_{\pm} : (x \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (y \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4$.

Questão 7. Determine a posição relativa da reta r e a esfera S :

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 2\lambda, \\ z = -1 + \lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad S : x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0.$$

- (a) S não é uma esfera;
- (b) r é tangente a S ;
- (c) r intercepta S e não passa pelo centro de S ;
- (d) $r \cap S = \emptyset$;
- (e) r intercepta S em 2 pontos e passa pelo centro de S .

Questão 8. Determine o foco da parábola $4x + 9y^2 = 0$.

- (a) $(0, -\frac{1}{4})$;
- (b) $(-\frac{1}{4}, 0)$;
- (c) $(0, -\frac{1}{9})$;
- (d) $(-\frac{1}{9}, 0)$;
- (e) $(\frac{1}{9}, -\frac{1}{4})$.

Questão 9. Determine a equação da esfera com centro no ponto $C = (1, 2, -1)$ e tangente ao plano $\pi : 2x - 2y + z = 0$.

- (a) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$;
- (b) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 5 = 0$;
- (c) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 6 = 0$;
- (d) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 6 = 0$;
- (e) $x^2 + y^2 + z^2 - 10 = 0$.

Questão 10. Dado o plano π de equações paramétricas:

$$x = 3 - 2\lambda + \mu, \quad y = 2 + \lambda - \mu, \quad z = -1 + \lambda + \mu,$$

determine a equação geral de π .

- (a) $2x + 3y - z + 11 = 0$;
- (b) $2x - 3y - z + 11 = 0$;
- (c) $2x + 3y + z - 11 = 0$;
- (d) $2x + 3y - 3z - 15 = 0$;
- (e) $-2x + 3y - z - 11 = 0$.

Questão 11. Qual é a classe de congruência módulo 9 do inteiro -25 ?

- (a) $[1]_9$;
- (b) $[3]_9$;
- (c) $[7]_9$;
- (d) $[4]_9$;
- (e) $[2]_9$.

Questão 12. Seja e_1, e_2, e_3 uma base ortonormal orientada positivamente. Calcule $((e_3 \times e_1) \times e_1) \times e_2$.

- (a) 0 ;
- (b) $-e_3$;
- (c) e_2 ;
- (d) $-e_1$;
- (e) e_1 .

Questão 13. Calcule a área do triângulo com vértices nos pontos $A = (2, 4, 2)$, $B = (4, 2, 0)$ e $C = (0, 2, 4)$.

- (a) 4 ;
- (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;
- (c) $\frac{1}{4}$;
- (d) $2\sqrt{2}$;
- (e) $4\sqrt{2}$.

Questão 14. Determine m para que os planos π_1 e π_2 sejam ortogonais:

$$\pi_1 : mx + (m + 1)y + 2 = 0, \quad \pi_2 : mx + (m - 1)y + z = 0.$$

- (a) $m = \pm\frac{1}{2}$;
- (b) $m = \pm\sqrt{3}$;
- (c) $m = \pm 1$;
- (d) não existe algum m que torne os planos π_1 e π_2 ortogonais;
- (e) $m = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Questão 15. Calcule o perímetro do triângulo cujos vértices são os pontos médios dos lados do triângulo ABC , sendo $A = (2, 1, 3)$, $B = (4, -1, 1)$ e $C = (0, 1, -1)$.

- (a) $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$;
- (b) 1;
- (c) $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{3}$;
- (d) 16 ;
- (e) $\sqrt{12} + \sqrt{20} + \sqrt{24}$.

Questão 16. Sejam \vec{v}, \vec{w} vetores não nulos de \mathbb{V}^3 , com $\|\vec{v}\| = 2$, $\|\vec{w}\| = 3$, e o ângulo entre \vec{v} e \vec{w} é $\theta = \frac{\pi}{3}$ radianos. Calcule $\|(\vec{v} \times \vec{w}) \times \vec{w}\|$.

- (a) $9\sqrt{2}$;
- (b) $6\sqrt{3}$;
- (c) $\frac{9}{\sqrt{2}}$;
- (d) $\frac{6}{\sqrt{2}}$;
- (e) $9\sqrt{3}$.

Questão 17. Determine o coeficiente β de forma que a elipse $\frac{x^2}{4} + \beta y^2 = 1$ tenha um foco no ponto $(0, -2)$.

- (a) $\beta = \frac{1}{8}$;
- (b) $\beta = \frac{1}{\sqrt{8}}$;
- (c) $\beta = \frac{1}{\sqrt{13}}$;
- (d) $\beta = 8$;
- (e) $\beta = \frac{1}{13}$.

Questão 18. Determine os planos ortogonais ao vetor $\vec{v} = (3, 2, -6)$ e tangentes à esfera $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 0$.

- (a) não existe nenhum plano ortogonal a \vec{v} e tangente a S ;
- (b) $\pi_1 : 3x + 2y - 6z = 0$, $\pi_2 : 3x + 2y - 6z + 5 = 0$;
- (c) $\pi_1 : 3x + 2y - 6z + 5 = 0$, $\pi_2 : 3x + 2y - 6z - 9 = 0$;
- (d) S não é uma esfera;
- (e) $\pi_1 : -3x - 2y + 6z + 5 = 0$, $\pi_2 : -3x - 2y + 6z - 9 = 0$.

Questão 19. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, seja $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$ sua matriz inversa. Calcule b_{32} .

- (a) $\frac{3}{2}$;
- (b) $-\frac{1}{2}$;
- (c) 1;
- (d) 0;
- (e) A não admite inversa.

Questão 20. Determine a equação das esferas S_+ e S_- de raio $R = 2\sqrt{3}$ que são tangentes ao plano $\pi : -x + y + z = 1$ no ponto $P = (0, 0, 1)$

- (a) $S_+ : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 12,$
 $S_- : (x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 12;$
- (b) $S_{\pm} : (x \pm 2)^2 + (y \mp 2)^2 + (z \pm 3)^2 = 12,;$
- (c) $S_{\pm} : (x \pm 3)^2 + (y \mp 2)^2 + (z \pm 2)^2 = 12;$
- (d) $S_+ : (x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 2\sqrt{3},$
 $S_- : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 21)^2 = 2\sqrt{3};$
- (e) $S_+ : (x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 12,$
 $S_- : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 21)^2 = 12.$

MAT 112 — Vetores e Geometria – Prof. Paolo Piccione
Turmas Turmas: 2019146 e 2019134

Prova SUB — **D**
2 de julho de 2019

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Turma: ou

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota