

MAT 0112 – VETORES E GEOMETRIA
LISTA DE EXERCÍCIOS 3

PROF. PAOLO PICCIONE

EXERCÍCIOS

Questão 1. O vetor $\vec{u} = (1, -1, 3)$ pode ser escrito como sendo combinação linear de $\vec{v} = (-1, 1, 0)$ e $\vec{w} = (2, 3, \frac{1}{3})$?

Questão 2. Escreva $\vec{a} = (1, 1, 1)$ como sendo combinação linear de $\vec{u} = (-1, 2, 0)$, $\vec{v} = (1, 2, 3)$ e $\vec{w} = (0, 2, 1)$.

Questão 3. Prove que:

- (i) Se (\vec{u}, \vec{v}) são linearmente dependentes(LD) então $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ são L.D.
- (ii) Se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ são linearmente independente(LI) então (\vec{u}, \vec{v}) são L.I.
- (iii) (\vec{u}, \vec{v}) são L.D. se, e somente se $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v})$ são L.D.

Questão 4. Verifique, justificando, se é verdadeira ou falsa cada afirmação:

- (a) Se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.D. então (\vec{u}, \vec{v}) é L.D.
- (b) Se (\vec{u}, \vec{v}) é L.I. então $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.I.
- (c) Seja \vec{u}, \vec{v} e \vec{w} são não nulos. Se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.D. então $(2\vec{u}, -\vec{v})$ é L.D.
- (d) Se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.I. então (\vec{u}, \vec{v}) é L.D.
- (e) (\vec{u}, \vec{v}) são L.I. se, e somente se $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v})$ são L.I.

Questão 5. Calcule, em radianos, a medida angular entre \vec{u} e \vec{v} :

- (a) $\vec{u} = (2, 1, 3)$ e $\vec{v} = (2, 0, -1)$

Questão 6. Verifique, justificando, se é verdadeira ou falsa cada afirmação:

Em todos os casos, sejam $\vec{u} = (x_1, x_2, x_3)$ e $\vec{v} = (y_1, y_2, y_3)$ vetores em \mathbb{R}^3 e o produto vetorial de \vec{u} por \vec{v} definido como o vetor:

$$\vec{u} \times \vec{v} = (x_2y_3 - x_3y_2, x_3y_1 - x_1y_3, x_1y_2 - x_2y_1)$$

- (a) $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$
- (b) $\vec{u} \times \vec{v}$ é ortogonal a $\vec{u} + \vec{v}$
- (c) $\vec{u} \times \vec{v} = 0$ se, e somente se, \vec{u} e \vec{v} são L.D.

Questão 7. Prove que para todo número natural n , temos que a norma do vetor $\vec{v} = (n, n+1, n(n+1)) \in \mathbb{R}^3$ é um número natural.

Questão 8. Construa uma família ortonormal e_1, e_2, e_3 aplicando o método de Gram-Schmidt para os vetores $\vec{u} = (-1, 2, 0)$, $\vec{v} = (1, 2, 3)$ e $\vec{w} = (0, 2, 1)$.

Questão 9. Determine x de modo que \vec{u} e \vec{v} sejam ortogonais:

- (a) $\vec{u} = (x, 0, 3)$ e $\vec{v} = (1, x, 3)$
- (b) $\vec{u} = (x, x, 4)$ e $\vec{v} = (4, x, 1)$

Questão 10. Calcule a projeção ortogonal de \vec{v} sobre \vec{u} em cada caso:

(a) $\vec{v} = (1, -1, 2)$ e $\vec{u} = (3, -1, 1)$

(b) $\vec{v} = (-1, 1, 1)$ e $\vec{u} = (-2, 1, 2)$

(c) $\vec{v} = (1, 3, 5)$ e $\vec{u} = (-3, 1, 0)$

Questão 11. Verifique se a afirmação abaixo é verdadeira ou falsa:

(a) $proj_{\vec{v}}^{\vec{u}} = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})^2}{\|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2} \vec{v}$

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
RUA DO MATÃO, 1010
CIDADE UNIVERSITÁRIA
SÃO PAULO-SP
CEP 05508-090
BRASIL