

MAT 112 — Lista de Exercícios 4

Prof. Paolo Piccione

22 de abril de 2017

Nos exercícios a seguir, B denota uma base ortonormal orientada positivamente de \mathbf{V}^3 .

- (1) Calcule o produto vetorial $\vec{v} \times \vec{w}$, onde $\vec{v} = (1, 0, 2)_B$ e $\vec{w} = (-1, 2, -1)_B$.
- (2) Dados os vetores $\vec{v}_1 = (2, -1, 1)_B$, $\vec{v}_2 = (-1, -1, -1)_B$ e $\vec{v}_3 = (0, 1, 2)_B$, determine se $C = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$ é uma base de \mathbf{V}^3 , e nesse caso estabelecer se é orientada positivamente ou negativamente.
- (3) Use o procedimento de Gram–Schmidt para ortonormalizar a base C do Exercício (2).
- (4) Seja $\vec{w}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)_B$ e $\vec{w}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)_B$. Determine um vetor \vec{w}_3 com a propriedade que $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3)$ seja uma base ortonormal orientada negativamente.
- (5) Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $2\vec{v}_1$, $-\vec{v}_2$ e \vec{v}_3 , onde \vec{v}_1 , \vec{v}_2 e \vec{v}_3 são dados no Exercício (2).
- (6) Prove que o produto misto satisfaz as seguintes propriedades:
 $(\vec{v}_3 \times \vec{v}_1) \cdot \vec{v}_2 = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3$ e $(\vec{v}_2 \times \vec{v}_3) \cdot \vec{v}_1 = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3$, para qualquer tripla de vetores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in \mathbf{V}^3$.
- (7) Prove que o produto misto de três vetores, dois dos quais sejam paralelos, é nulo.
- (8) Determine um vetor de norma igual a 2, que seja perpendicular ao plano gerado pelos dois vetores $\vec{v}_1 = (2, 0, -1)_B$ e $\vec{v}_2 = (1, 1, 1)_B$. Quantos destes vetores existem?
- (9) Escreva o vetor $\vec{v} = (2, 2, 2)_B$ como combinação linear dos vetores \vec{w}_1 , \vec{w}_2 e \vec{w}_3 determinados no Exercício (4).
- (10) Calcule a área do paralelogramo gerado pelos vetores $\vec{v} = (1, 2, 3)_B$ e $\vec{w} = (3, 2, 1)_B$.