

MAT 112 – LISTA DE EXERCÍCIOS 5

PROF. PAOLO PICCIONE

Interseção entre um plano e uma esfera. A interseção entre um plano π e uma esfera S no espaço pode ser:

- (a) $\pi \cap S = \emptyset$, quando a distância entre π e o centro de S é maior que o raio de S .
- (b) $\pi \cap S = \{p\}$ (um ponto), quando a distância entre π e o centro de S é igual ao raio de S . Nesse caso, π é tangente a S .
- (c) $\pi \cap S$ é uma circunferência no plano π quando a distância entre π e o centro de S é menor que o raio de S .

(A) Estude a interseção $\pi \cap S$ nos casos em baixo. No caso (b) acima, determine o ponto $\{p\}$. No caso (c) acima, determine o centro e o raio da circunferência $\pi \cap S$.

- (1) $\pi : x + y + z = 1, S : (x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9.$
- (2) $\pi : 2x - y + z - 1 = 0, S : x^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4.$
- (3) $\pi : x + y - z = 0, S : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 3.$

(B) Determine os planos paralelos ao plano π dado e tangentes à esfera S dada:

- (4) $\pi : 2x + y + z = 0, S : (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 6;$
- (5) $\pi : 2x + y - z + 14 = 0, S : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 1;$
- (6) $\pi : ax + y - z = 9, S : (x - a)^2 + y^2 + z^2 = a^2 + 2.$

(C) Determine o(s) plano(s) que contém a reta r dada e que é (são) tangente(s) à esfera S dada.

- (7) $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}, S : x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1$
- (8) $r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}, S : (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 1$
- (9) $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}, S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + \frac{3}{2} = 0.$