MAT 0112

Vetores e Geometria

Lista 4 †

Instituto de Matemática e Estatística. Rua do Matão, 1010- Butantã. São Paulo-SP- CEP 05508-090, Brazil

1. Exercícios

Questão 1.1. *Seja r a reta determinada pelos pontos $A = (-2, 3, 4)$ e $B = (1, 2, 0)$. Quais as alternativas corretas:*

(a)( ) A equação r na forma vetorial é $(x, y, z) = (-2, 3, 4) + \lambda(3, -1, -4)$;

(b)( ) A equação r na forma paramétrica é $\begin{cases} x = -2 + -3\lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 4 + 4\lambda \end{cases}$

(c)( ) A equação r na forma paramétrica é $(x, y, z) = (-2, 3, 4) + \lambda(-3, 1, 4)$;

(d)( ) O ponto $P = (10, 2, 1)$ pertence a reta r;

(e)( ) O ponto $Q = (-5, 4, 7)$ pertence a reta r.

Questão 1.2. *São dados os pontos $A = (1, 1, 1)$ e $B = (3, 4, 5)$, e a reta $r = (x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda(-1, 1, 2)$. O ponto C de r tal que A, B e C sejam vértices de um triângulo retângulo, com hiponetusa AB, é:*

(a) $C = (1, 0, 0)$;
(b) $C = \frac{1}{2}(1, 1, 4)$;
(c) $C = \frac{1}{3}(-1, 4, 10)$;
(d) $C = \frac{4}{3}(0, 1, 3)$;
(e) $C = (-1, 2, 5)$.

Questão 1.3. *Sejam $P = (2, 1, -1)$ e $Q = (0, -1, 0)$. O ponto C da reta PQ tal que a área do triângulo ABC seja 9 é*

(a)( ) $C = \frac{1}{3}(1, 2, 0)$;
(b)( ) $C = (2, 1, 1)$;
(c)( ) $C = (2, 1, -1)$;
(d)( ) $C = \frac{1}{9}(14, 5, -12)$;
(e)( ) $C = (-2, 1, 1)$.

Questão 1.4. *Seja π o plano que contém o ponto $A = (1, 2, 3)$ e é paralelo a $\overrightarrow{u} = (1, 1, 1)$ e $\overrightarrow{v} = (1, 1, 0)$. Assim, podemos afirmar que:*

(a)( ) Uma equação vetorial de π é $(1, 2, 3) + \lambda(1, 1, 1) + \mu(1, 1, 0)$;
(b)( ) Uma equação vetorial de π é $(1, 2, 3) + \lambda(0, -1, -2) + \mu(0, -1, -3)$;
(c)( ) Uma equação vetorial de π é $(1, 2, 3) + \lambda(2, 2, 1) + \mu(0, 0, 1)$;
(d)( ) O ponto $P = (7, 1, -1)$ pertence a π;
(e)( ) O ponto $Q = (3, 4, 5)$ pertence a π.

Questão 1.5. *Sejam $\pi_1 : 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ e $\pi_2 = 3x + 2y - 5z - 2 = 0$ planos. Assim é possível afirmar que:*

(a)( ) O vetor $\overrightarrow{u} = (1, 1, 1)$ é paralelo a π_1;

(b)( ) O vetor $\overrightarrow{v} = (\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3})$ é paralelo a π_2;
(c)( ) O plano π_1 é paralelo ao plano π_2;
(d)( ) O vetor $\overrightarrow{w} = (2, 0, -1)$ não é paralelo a π_1;
(e)( ) O vetor $\overrightarrow{u} = (-4, 6, 1)$ é paralelo a π_2.

Questão 1.6. *Obtenha uma equação geral do plano π tal que π contém o ponto $A = (\sqrt{2}, \sqrt[5]{\sqrt{7}+2}, 1)$ e é paralelo aos vetores $\overrightarrow{u} = (1, 0, 0)$ e $\overrightarrow{v} = (0, 1, 0)$.*

Questão 1.7. *Dadas equações paramétricas, obtenha uma equação geral do plano:*

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda - \mu \\ y = 0 + 2\lambda + \mu \\ z = 3 + 0.\lambda - \mu \end{cases}$$

Questão 1.8. *Dada a equação geral, $4x + 2y - z + 5 = 0$, obtenha equações paramétricas do plano.*

Questão 1.9. *Dados os pontos $A = (1, 0, 1)$ e $B = (0, 1, 2)$.*

(i) Calcule $\overrightarrow{AB}$;
(ii) Escreva a forma paramétrica da reta $s : X = A + \lambda\overrightarrow{AB}$;
(iii) Verifique se a reta s é concorrente a reta $r : X = (-1, 3, 1) + \lambda(1, 1, 1)$.

Questão 1.10. *Obtenha a interseção da reta r com o plano π:*

(i) $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 1)$ e $\pi : x + 2y - z = 2$;
(ii) $r : X = (1, 2, -1) + \lambda(1, -1, 4)$ e $\pi : (-1, -2, 1) + \lambda(2, 1, 3) + \mu(3, 3, 2)$.

Questão 1.11. *Determine a interseção dos planos π_1 w π_2:*

(i) $\pi_1 : x + 2y - z - 2 = 0$ e $\pi_2 = x - y + 2z = 0$;
(ii) $\pi_1 : z - 1 = 0$ e $\pi_2 = y - 2x + 2 = 0$;
(iii) $\pi_1 : x - z + 2y = 1$ e $\pi_2 : 2x + y - z - 1 = 0$.