

MAT 112 — Lista de Exercícios 3

Prof. Paolo Piccione

24 de abril de 2013

Nos exercícios a seguir, B denota uma base ortonormal orientada positivamente de \mathbf{V}^3 .

- (1) Calcule o produto vetorial $v \wedge w$, onde $v = (1, 0, 2)_B$ e $w = (-1, 2, -1)_B$.
- (2) Dados os vetores $v_1 = (2, -1, 1)_B$, $v_2 = (-1, -1, -1)_B$ e $v_3 = (0, 1, 2)_B$, determine se $C = (v_1, v_2, v_3)$ é uma base de \mathbf{V}^3 , e nesse caso estabelecer se é orientada positivamente ou negativamente.
- (3) Use o procedimento de Gram–Schmidt para ortonormalizar a base C do Exercício (2).
- (4) Seja $w_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)_B$ e $w_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)_B$. Determine um vetor w_3 com a propriedade que (w_1, w_2, w_3) seja uma base ortonormal orientada negativamente.
- (5) Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $2v_1$, $-v_2$ e v_3 , onde v_1 , v_2 e v_3 são dados no Exercício (2).
- (6) Prove que o produto misto satisfaz as seguintes propriedades:
 $(v_3 \wedge v_1) \cdot v_2 = (v_1 \wedge v_2) \cdot v_3$ e $(v_2 \wedge v_3) \cdot v_1 = (v_1 \wedge v_2) \cdot v_3$, para qualquer tripla de vetores $v_1, v_2, v_3 \in \mathbf{V}^3$.
- (7) Prove que o produto misto de três vetores, dois dos quais sejam paralelos, é nulo.
- (8) Determine um vetor de norma igual a 2, que seja perpendicular ao plano gerado pelos dois vetores $v_1 = (2, 0, -1)_B$ e $v_2 = (1, 1, 1)_B$. Quantos destes vetores existem?
- (9) Escreva o vetor $v = (2, 2, 2)_B$ como combinação linear dos vetores w_1 , w_2 e w_3 determinados no Exercício (4).
- (10) Calcule a área do paralelogramo gerado pelos vetores $v = (1, 2, 3)_B$ e $w = (3, 2, 1)_B$.