

MAT 112 — Vetores e Geometria

Prof. Paolo Piccione

28 de junho de 2013

Prova SUB — **D**

22 & 24

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.1).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- A *distância focal* de uma elipse ou de uma hipérbole é a distância entre os dois focos.
- Para vetores v e w , $v \wedge w$ denota o produto vetorial de v e w

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

Questão 1. Determine a equação das esferas S_+ e S_- de raio $R = 2\sqrt{3}$ que são tangentes ao plano $\pi : -x + y + z = 1$ no ponto $P = (0, 0, 1)$

(a) $S_{\pm} : (x \pm 3)^2 + (y \mp 2)^2 + (z \pm 2)^2 = 12;$

(b) $S_+ : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 12,$
 $S_- : (x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 12;$

(c) $S_+ : (x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 12,$
 $S_- : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 21)^2 = 12;$

(d) $S_+ : (x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 2\sqrt{3},$
 $S_- : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 21)^2 = 2\sqrt{3};$

(e) $S_{\pm} : (x \pm 2)^2 + (y \mp 2)^2 + (z \pm 3)^2 = 12,.$

Questão 2. Determine o coeficiente β de forma que a elipse $\frac{x^2}{4} + \beta y^2 = 1$ tenha um foco no ponto $(0, -2)$.

(a) $\beta = \frac{1}{8};$

(b) $\beta = \frac{1}{13};$

(c) $\beta = 8;$

(d) $\beta = \frac{1}{\sqrt{13}};$

(e) $\beta = \frac{1}{\sqrt{8}}.$

Questão 3. A reta s passa pelo ponto $P = (2, 2, 3)$ e é perpendicular à reta $r : X = (1, 1, 1) + \lambda(2, 1, -3)$. O ponto onde s intercepta r é:

(a) $(-\frac{8}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14});$

(b) $(\frac{4}{7}, -\frac{11}{14}, -\frac{23}{14});$

(c) $(\frac{8}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14});$

(d) $(-\frac{4}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14});$

(e) $(\frac{4}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14}).$

Questão 4. Calcule o perímetro do triângulo cujos vértices são os pontos médios dos lados do triângulo ABC , sendo $A = (2, 1, 3)$, $B = (4, -1, 1)$ e $C = (0, 1, -1)$.

- (a) $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$;
- (b) 1;
- (c) $\sqrt{12} + \sqrt{20} + \sqrt{24}$;
- (d) $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{3}$;
- (e) 16 .

Questão 5. Determine os focos da elipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

- (a) $F_1 = (0, -3)$, $F_2 = (0, 3)$;
- (b) $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$;
- (c) $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$;
- (d) $F_1 = (0, -2)$, $F_2 = (0, 2)$;
- (e) $F_1 = (0, -2)$, $F_2 = (3, 0)$.

Questão 6. Calcule a distância d entre o ponto $P = (2, 3)$ e o ponto médio do segmento com extremos $A = (6, 0)$ e $B = (0, 4)$.

- (a) $d = 0$;
- (b) $d = \sqrt{2}$;
- (c) $d = 2$;
- (d) $d = \sqrt{3}$;
- (e) $d = 3$.

Questão 7. Calcule a distância focal da elipse $2x^2 + 3y^2 = 10$.

- (a) $\sqrt{5}$;
- (b) $\frac{10}{3}$;
- (c) $2\sqrt{\frac{5}{3}}$;
- (d) $\sqrt{10}$;
- (e) $\frac{5}{3}$.

Questão 8. Determine a equação da esfera com centro no ponto $C = (1, 2, -1)$ e tangente ao plano $\pi : 2x - 2y + z = 0$.

- (a) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$;
- (b) $x^2 + y^2 + z^2 - 10 = 0$;
- (c) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 6 = 0$;
- (d) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 5 = 0$;
- (e) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 6 = 0$.

Questão 9. Dada a esfera $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$ e o plano $\pi : 2x + 3y - z = 1$. Podemos afirmar que

- (a) O ponto $C = (1, 1, 0)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
- (b) A esfera S tem raio 3.
- (c) O ponto $C = (1, 3, 2)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
- (d) O ponto $C = (3, 2, 1)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
- (e) O ponto $C = (1, 1, 4)$ pertence a esfera S e ao plano π .

Questão 10. Determine a posição relativa da reta r e a esfera S :

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 2\lambda, \\ z = -1 + \lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad S : x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0.$$

- (a) r é tangente a S ;
- (b) $r \cap S = \emptyset$;
- (c) S não é uma esfera;
- (d) r intercepta S em 2 pontos e passa pelo centro de S ;
- (e) r intercepta S e não passa pelo centro de S .

Questão 11. Seja e_1, e_2, e_3 uma base ortonormal orientada positivamente. Calcule $((e_3 \wedge e_1) \wedge e_1) \wedge e_2$.

- (a) e_1 ;
- (b) $-e_1$;
- (c) e_2 ;
- (d) $-e_3$;
- (e) 0 .

Questão 12. *Determine a posição relativa das esferas*

$$S_1 : (x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4, \quad e \quad S_2 : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 1.$$

- (a) $S_1 \cap S_2$ é uma circunferência de raio $r > 2$;
- (b) $S_1 \cap S_2$ é uma circunferência de raio $r < 1$;
- (c) S_1 e S_2 são tangentes;
- (d) $S_1 \cap S_2$ é uma circunferência de raio $1 < r < 2$;
- (e) $S_1 \cap S_2 = \emptyset$.

Questão 13. *Calcule a área do triângulo com vértices nos pontos $A = (2, 4, 2)$, $B = (4, 2, 0)$ e $C = (0, 2, 4)$.*

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;
- (b) $2\sqrt{2}$;
- (c) $4\sqrt{2}$;
- (d) 4;
- (e) $\frac{1}{4}$.

Questão 14. *Determine a posição relativa entre a reta r e o plano π :*

$$r : \begin{cases} x = 1 - \lambda, \\ y = 2\lambda, \\ z = -1 - \lambda, \end{cases}, \quad \pi : x + y + z = 1.$$

- (a) r intercepta π exatamente em 2 pontos;
- (b) r intercepta π em um ponto apenas, mas não é ortogonal a π ;
- (c) r está contida em π ;
- (d) r é paralela a π , e $r \cap \pi = \emptyset$;
- (e) r é ortogonal a π .

Questão 15. *Determine m para que os planos π_1 e π_2 sejam ortogonais:*

$$\pi_1 : mx + (m + 1)y + 2 = 0, \quad \pi_2 : mx + (m - 1)y + z = 0.$$

- (a) $m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$;
- (b) não existe algum m que torne os planos π_1 e π_2 ortogonais;
- (c) $m = \pm 1$;
- (d) $m = \pm \sqrt{3}$;
- (e) $m = \pm \frac{1}{2}$.

Questão 16. Dado o plano π de equações paramétricas:

$$x = 3 - 2\lambda + \mu, \quad y = 2 + \lambda - \mu, \quad z = -1 + \lambda + \mu,$$

determine a equação geral de π .

- (a) $2x - 3y - z + 11 = 0$;
- (b) $-2x + 3y - z - 11 = 0$;
- (c) $2x + 3y - z + 11 = 0$;
- (d) $2x + 3y - 3z - 15 = 0$;
- (e) $2x + 3y + z - 11 = 0$.

Questão 17. Qual das equações abaixo descreve uma esfera de raio positivo?

- (a) $x^2 + 2y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 44 = 0$;
- (b) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4xz + 40 = 0$;
- (c) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 46 = 0$;
- (d) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 41 = 0$;
- (e) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 45 = 0$.

Questão 18. Determine o foco da parábola $4x + 9y^2 = 0$.

- (a) $(0, -\frac{1}{4})$;
- (b) $(-\frac{1}{9}, 0)$;
- (c) $(0, -\frac{1}{9})$;
- (d) $(\frac{1}{9}, -\frac{1}{4})$;
- (e) $(-\frac{1}{4}, 0)$.

Questão 19. Determine os planos ortogonais ao vetor $\vec{v} = (3, 2, -6)$ e tangentes à esfera $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 0$.

- (a) $\pi_1 : -3x - 2y + 6z + 5 = 0, \pi_2 : -3x - 2y + 6z - 9 = 0$;
- (b) $\pi_1 : 3x + 2y - 6z + 5 = 0, \pi_2 : 3x + 2y - 6z - 9 = 0$;
- (c) $\pi_1 : 3x + 2y - 6z = 0, \pi_2 : 3x + 2y - 6z + 5 = 0$;
- (d) não existe nenhum plano ortogonal a \vec{v} e tangente a S ;
- (e) S não é uma esfera.

Questão 20. *Determine a equação das esferas S_+ e S_- com centro na reta r , com raio $R = 2$, e tangentes ao plano π , onde:*

$$r : \begin{cases} x = \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = 2\lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad \pi : x + y + z = 0.$$

(a) $S_{\pm} : (x \pm \frac{1}{2})^2 + (y \pm \frac{1}{2})^2 + (z \pm 1)^2 = 4;$

(b) $S_{\pm} : (x \pm \sqrt{3})^2 + (y \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4;$

(c) $S_{\pm} : (x \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (y \pm \sqrt{3})^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4;$

(d) $S_{\pm} : (x \pm 1)^2 + (y \pm 1)^2 + (z \pm 2)^2 = 4;$

(e) $S_{\pm} : (x \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (y \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4.$

MAT 112 — Vetores e Geometria – Prof. Paolo Piccione

Turmas 22 & 24

Prova SUB — **D**

28 de junho de 2013

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Turma: 22 ou 24

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota