MAT 112 — Vetores e Geometria

Prof. Paolo Piccione

28 de junho de 2013

Prova SUB — $\boxed{\textbf{B}}$

22 & 24

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- A *distância focal* de uma elipse ou de uma hipérbole é a distância entre os dois focos.
- Para vetores v e w, $v \wedge w$ denota o produto vetorial de v e w

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Determine a posição relativa da reta r e a esfera S:*

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 2\lambda, \\ z = -1 + \lambda, \end{cases} \qquad \lambda \in \mathbb{R}, \qquad S : x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0.$$

(a) r intercepta S em 2 pontos e passa pelo centro de S;
(b) r intercepta S e não passa pelo centro de S;
(c) $r \cap S = \emptyset$;
(d) S não é uma esfera;
(e) r é tangente a S.

Questão 2. *Calcule a distância d entre o ponto $P = (2, 3)$ e o ponto médio do segmento com extremos $A = (6, 0)$ e $B = (0, 4)$.*

(a) $d = 2$;
(b) $d = \sqrt{2}$;
(c) $d = 3$;
(d) $d = \sqrt{3}$;
(e) $d = 0$.

Questão 3. *Calcule o perímetro do triângulo cujos vértices são os pontos médios dos lados do triângulo ABC, sendo $A = (2, 1, 3)$, $B = (4, -1, 1)$ e $C = (0, 1, -1)$.*

(a) $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{3}$;
(b) 1;
(c) $\sqrt{12} + \sqrt{20} + \sqrt{24}$;
(d) 16 ;
(e) $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

Questão 4. *Dado o plano π de equações paramétricas:*

$$x = 3 - 2\lambda + \mu, \quad y = 2 + \lambda - \mu, \quad z = -1 + \lambda + \mu,$$

determine a equação geral de π.

(a) $2x + 3y + z - 11 = 0$;
(b) $-2x + 3y - z - 11 = 0$;
(c) $2x + 3y - 3z - 15 = 0$;
(d) $2x - 3y - z + 11 = 0$;
(e) $2x + 3y - z + 11 = 0$.

Questão 5. *Determine os focos da elipse* $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1.$

(a) $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$;
(b) $F_1 = (0, -3)$, $F_2 = (0, 3)$;
(c) $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$;
(d) $F_1 = (0, -2)$, $F_2 = (0, 2)$;
(e) $F_1 = (0, -2)$, $F_2 = (3, 0)$.

Questão 6. *Determine o foco da parábola* $4x + 9y^2 = 0$.

(a) $(0, -\frac{1}{4})$;
(b) $(-\frac{1}{4}, 0)$;
(c) $(-\frac{1}{9}, 0)$;
(d) $(0, -\frac{1}{9})$;
(e) $(\frac{1}{9}, -\frac{1}{4})$.

Questão 7. *Determine* m *para que os planos* π_1 *e* π_2 *sejam ortogonais:*

$$\pi_1 : mx + (m+1)y + 2 = 0, \quad \pi_2 : mx + (m-1)y + z = 0.$$

(a) $m = \pm 1$;
(b) $m = \pm\sqrt{3}$;
(c) $m = \pm\frac{1}{2}$;
(d) não existe algum m que torne os planos π_1 e π_2 ortogonais;
(e) $m = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Questão 8. *Qual das equações abaixo descreve uma esfera de raio positivo?*

(a) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 45 = 0$;
(b) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 41 = 0$;
(c) $x^2 + 2y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 44 = 0$;
(d) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4z + 46 = 0$;
(e) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 10y - 4xz + 40 = 0$.

Questão 9. *Determine a equação da esfera com centro no ponto* $C = (1, 2, -1)$ *e tangente ao plano* $\pi : 2x - 2y + z = 0$.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 6 = 0$;
(b) $x^2 + y^2 + z^2 - 10 = 0$;
(c) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$;
(d) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 5 = 0$;
(e) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 6 = 0$.

Questão 10. *Calcule a distância focal da elipse* $2x^2 + 3y^2 = 10$.

(a) $\frac{5}{3}$;
(b) $\frac{10}{3}$;
(c) $2\sqrt{\frac{5}{3}}$;
(d) $\sqrt{10}$;
(e) $\sqrt{5}$.

Questão 11. *A reta* s *passa pelo ponto* $P = (2, 2, 3)$ *e é perpendicular à reta* $r : X = (1, 1, 1) + \lambda(2, 1, -3)$. *O ponto onde* s *intercepta* r *é:*

(a) $\left(\frac{4}{7}, -\frac{11}{14}, -\frac{23}{14}\right)$;
(b) $\left(-\frac{4}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14}\right)$;
(c) $\left(-\frac{8}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14}\right)$;
(d) $\left(\frac{8}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14}\right)$;
(e) $\left(\frac{4}{7}, \frac{11}{14}, \frac{23}{14}\right)$.

Questão 12. *Determine os planos ortogonais ao vetor* $\vec{v} = (3, 2, -6)$ *e tangentes à esfera* $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 0$.

(a) não existe nenhum plano ortogonal a $\vec{v}$ e tangente a S;
(b) $\pi_1 : 3x + 2y - 6z + 5 = 0$, $\pi_2 : 3x + 2y - 6z - 9 = 0$;
(c) S não é uma esfera;
(d) $\pi_1 : -3x - 2y + 6z + 5 = 0$, $\pi_2 : -3x - 2y + 6z - 9 = 0$;
(e) $\pi_1 : 3x + 2y - 6z = 0$, $\pi_2 : 3x + 2y - 6z + 5 = 0$.

Questão 13. *Dada a esfera* $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$ *e o plano* $\pi : 2x + 3y - z = 1$. *Podemos afirmar que*

(a) O ponto $C = (1, 1, 0)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
(b) O ponto $C = (1, 1, 4)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
(c) O ponto $C = (3, 2, 1)$ pertence a esfera S e ao plano π ;
(d) A esfera S tem raio 3.
(e) O ponto $C = (1, 3, 2)$ pertence a esfera S e ao plano π .

Questão 14. *Calcule a área do triângulo com vértices nos pontos* $A = (2, 4, 2)$, $B = (4, 2, 0)$ *e* $C = (0, 2, 4)$.

(a) $2\sqrt{2}$;
(b) 4;
(c) $4\sqrt{2}$;
(d) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$;
(e) $\dfrac{1}{4}$.

Questão 15. *Seja* e_1, e_2, e_3 *uma base ortonormal orientada positivamente. Calcule* $\big((e_3 \wedge e_1) \wedge e_1\big) \wedge e_2$.

(a) 0;
(b) e_1;
(c) e_2;
(d) $-e_1$;
(e) $-e_3$.

Questão 16. *Determine a posição relativa das esferas*

$$S_1 : (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4, \quad e \quad S_2 : (x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 1.$$

(a) $S_1 \cap S_2$ é uma circunferência de raio $1 < r < 2$;
(b) $S_1 \cap S_2$ é uma circunferência de raio $r < 1$;
(c) $S_1 \cap S_2 = \emptyset$;
(d) $S_1 \cap S_2$ é uma circunferência de raio $r > 2$;
(e) S_1 e S_2 são tangentes.

Questão 17. *Determine o coeficiente β de forma que a elipse $\frac{x^2}{4} + \beta y^2 = 1$ tenha um foco no ponto $(0, -2)$.*

(a) $\beta = \dfrac{1}{8}$;

(b) $\beta = 8$;

(c) $\beta = \dfrac{1}{13}$;

(d) $\beta = \dfrac{1}{\sqrt{13}}$;

(e) $\beta = \dfrac{1}{\sqrt{8}}$.

Questão 18. *Determine a equação das esferas S_+ e S_- de raio $R = 2\sqrt{3}$ que são tangentes ao plano $\pi : -x + y + z = 1$ no ponto $P = (0, 0, 1)$*

(a) $S_\pm : (x \pm 2)^2 + (y \mp 2)^2 + (z \pm 3)^2 = 12,;$

(b) $S_+ : (x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 2\sqrt{3},$
$S_- : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 21)^2 = 2\sqrt{3};$

(c) $S_\pm : (x \pm 3)^2 + (y \mp 2)^2 + (z \pm 2)^2 = 12;$

(d) $S_+ : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 12,$
$S_- : (x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 12;$

(e) $S_+ : (x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 12,$
$S_- : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 21)^2 = 12.$

Questão 19. *Determine a posição relativa entre a reta r e o plano π:*

$$r : \begin{cases} x = 1 - \lambda, \\ y = 2\lambda, \\ z = -1 - \lambda, \end{cases} \qquad , \qquad \pi : x + y + z = 1.$$

(a) r é paralela a π, e $r \cap \pi = \emptyset$;

(b) r intercepta π em um ponto apenas, mas não é ortogonal a π;

(c) r é ortogonal a π;

(d) r está contida em π;

(e) r intercepta π exatamente em 2 pontos.

Questão 20. *Determine a equação das esferas S_+ e S_- com centro na reta r, com raio $R = 2$, e tangentes ao plano π, onde:*

$$r : \begin{cases} x = \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = 2\lambda, \end{cases} \qquad \lambda \in \mathbb{R}, \qquad \pi : x + y + z = 0.$$

(a) $S_\pm : \left(x \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(y \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(z \pm \sqrt{3}\right)^2 = 4;$

(b) $S_\pm : \left(x \pm \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y \pm \frac{1}{2}\right)^2 + (z \pm 1)^2 = 4;$

(c) $S_\pm : \left(x \pm \sqrt{3}\right)^2 + \left(y \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4;$

(d) $S_\pm : \left(x \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(y \pm \sqrt{3}\right)^2 + (z \pm \sqrt{3})^2 = 4;$

(e) $S_\pm : \left(x \pm 1\right)^2 + \left(y \pm 1\right)^2 + (z \pm 2)^2 = 4.$

MAT 112 — Vetores e Geometria – Prof. Paolo Piccione

Turmas 22 & 24

Prova SUB — $\boxed{\mathbf{B}}$

28 de junho de 2013

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: _______________________________________

Turma: $\boxed{22}$ ou $\boxed{24}$

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota