

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 2
5 de junho de 2014

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x , $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x ; $\log_a x$ é o *logaritmo em base a* de x , $a \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
- Para intervalos abertos usaremos a notação: $]a, b[$.
- $A \cup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

D

Questão 1. A reta $x = 0$ é uma assíntota vertical para qual das funções abaixo?

(a) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$;

(b) $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$;

(c) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$;

(d) $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$;

(e) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Questão 2. Determine o ponto $x_0 \in [-1, 3]$ onde a função $f(x) = x(x^2 - 1)$ atinge seu máximo no intervalo $[-1, 3]$.

(a) $x_0 = 3$;

(b) $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;

(c) $x_0 = -1$;

(d) $x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

(e) f não admite máximo.

Questão 3. Seja $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua, com $f(0) = 5$, $f(1) = -1$ e $f(2) = 3$. Quais das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) Não existe nenhuma solução da equação $f(x) = 4$ em $[0, 1]$;

(b) A equação $f(x) = 0$ admite no mínimo duas soluções em $]0, 2[$;

(c) A equação $f(x) = 4$ admite no mínimo duas soluções em $]0, 2[$;

(d) A equação $f(x) = 0$ admite no mínimo três soluções em $]0, 2[$;

(e) Não existe nenhuma solução da equação $f(x) = 0$ em $[0, 1]$.

Questão 4. Qual letra do alfabeto grego é: ν ?

(a) *Eta* maiúsculo;

(b) *Eta* minúsculo;

(c) *Ni* minúsculo;

(d) *Lambda* minúsculo;

(e) *Mi* minúsculo.

Questão 5. Qual das seguintes é o enunciado correto que segue do Teorema de Lagrange?

- (a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável em c , então $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$;
- (b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$;
- (c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f é derivável em $c \in [a, b]$;
- (d) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f admite máximo e mínimo em $[a, b]$;
- (e) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, então existe $c \in [a, b]$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$.

Questão 6. Determine qual das seguintes retas é uma assíntota do gráfico da função $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.

- (a) $x = 0$;
- (b) $y = 1$;
- (c) o gráfico não admite nenhuma assíntota;
- (d) $y = 0$;
- (e) $x = 1$.

Questão 7. Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Qual das seguintes é um ponto de inflexão da f ?

- (a) 0;
- (b) $\frac{2}{3}$;
- (c) $\frac{1}{2}$;
- (d) $-\frac{1}{3}$;
- (e) $\frac{1}{3}$.

Questão 8. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função tal que $f'(x) < 0$ e $f''(x) > 0$ para todo $x \in [a, b]$. Qual das seguintes afirmações sobre a f é verdadeira?

- (a) $f(x) = e^{-x}$;
- (b) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
- (c) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
- (d) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
- (e) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$.

Questão 9. Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ é para cima:

- (a) $] -\infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$;
- (b) $]0, +\infty[$;
- (c) \mathbb{R} , pois a função exponencial é crescente;
- (d) $] -1, 1[$;
- (e) $] -\infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$.

Questão 10. Considere a função $f(x) = x^2e^x$. Usando o Teorema de Lagrange, podemos concluir que:

- (a) existe $c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = 3$;
- (b) existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = 0$;
- (c) f admite máximo e mínimo em \mathbb{R} ;
- (d) f é decrescente em $[0, 1]$;
- (e) existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = e$.

Questão 11. Dada a função $f(x) = xe^x$, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $f'(x) = x + xe^x$;
- (b) $x = -1$ não é um ponto crítico da f ;
- (c) $x = -1$ é um máximo local da f ;
- (d) $x = -1$ é um mínimo local da f ;
- (e) $f(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Questão 12. Determine o domínio da função $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1-x}}$.

- (a) $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$;
- (b) $] -1, 1[$;
- (c) $] -\infty, 1[$;
- (d) $[-1, 1]$;
- (e) $]1, +\infty[$.

Questão 13. Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \tan x$ no ponto de coordenadas $(\frac{\pi}{4}, 1)$?

- (a) o gráfico da f não admite reta tangente em $(\frac{\pi}{4}, 1)$;
- (b) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$;
- (c) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$;
- (d) $\pi y - 2x = 1$;
- (e) $y - \frac{\pi}{4} = x - 1$.

Questão 14. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, então f tem mínimo em \mathbb{R} ;
- (b) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua e limitada, então f tem máximo e mínimo em \mathbb{R} ;
- (c) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, então f tem máximo em \mathbb{R} ;
- (d) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, então f tem máximo em \mathbb{R} ;
- (e) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, então f tem mínimo em \mathbb{R} .

Questão 15. Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (a) Se $f:]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, e $f'(x) \geq 0$ para todo $x \in]a, b[$, então f é crescente em $]a, b[$;
- (b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, então f admite máximo em $[a, b]$;
- (c) Se f é derivável em todos os pontos de seu domínio $\text{Dom}(f) \subset \mathbb{R}$, e $f'(x) \geq 0$ para todo $x \in \text{Dom}(f)$, então f é crescente em $\text{Dom}(f)$;
- (d) Se $f:]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, e $f'(x) \leq 0$ para todo $x \in]a, b[$, então f é decrescente em $]a, b[$;
- (e) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, então f admite mínimo em $[a, b]$.

Questão 16. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 3$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) x_0 é um mínimo local da f ;
- (b) x_0 é um ponto de inflexão para f ;
- (c) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
- (d) x_0 é um máximo local da f ;
- (e) x_0 não é um ponto crítico da f .

Questão 17. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \frac{\ln x}{x}$?

- (a) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$;
- (b) $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$;
- (c) f não admite derivada segunda;
- (d) $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$;
- (e) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$.

Questão 18. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$.

- (a) $-\infty$;
- (b) $+\infty$;
- (c) 0;
- (d) o limite não existe;
- (e) 1.

Questão 19. Determine quantos são os pontos de inflexão da função:

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2.$$

- (a) 0;
- (b) 1;
- (c) 3;
- (d) 4;
- (e) 2.

Questão 20. Qual é o comportamento da função $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$ no intervalo $] -1, 0[$?

- (a) crescente;
- (b) decrescente;
- (c) a função não está definida em todo o intervalo;
- (d) tem concavidade para baixo;
- (e) constante.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 2
5 de junho de 2014

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas D

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota