MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova 2

5 de junho de 2014

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\frac{1}{10}$ *de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x, $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x; $\log_a x$ é o logaritmo em base a de x, $a \in]0,1[\bigcup]1,+\infty[$.
- Para intervalos abertos useremos a notação: $]a,b[$.
- $A \bigcup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

$\boxed{\mathbf{A}}$

Questão 1. *Considere a função $f(x) = x^2e^x$. Usando o Teorema de Lagrange, podemos concluir que:*

(a) existe $c \in [0,1]$ tal que $f(c) = 3$;
(b) existe $c \in]0,1[$ tal que $f'(c) = e$;
(c) existe $c \in]0,1[$ tal que $f'(c) = 0$;
(d) f é decrescente em $[0,1]$;
(e) f admite máximo e mínimo em $\mathbb{R}$.

Questão 2. *A reta $x = 0$ é uma assíntota vertical para qual das funções abaixo?*

(a) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$;
(b) $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$;
(c) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x}$;
(d) $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$;
(e) $f(x) = \dfrac{1 - \cos x}{x^2}$.

Questão 3. *Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$?*

(a) $f''(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$;
(b) $f''(x) = \dfrac{3\ln x - 2}{x^3}$;
(c) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^3}$;
(d) f não admite derivada segunda;
(e) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^4}$.

Questão 4. *Determine quantos são os pontos de inflexão da função:*

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2.$$

(a) 2;
(b) 3;
(c) 1;
(d) 0;
(e) 4.

Questão 5. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) Se $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, então f tem mínimo em $\mathbb{R}$;

(b) Se $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, então f tem máximo em $\mathbb{R}$;

(c) Se $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, então f tem mínimo em $\mathbb{R}$;

(d) Se $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, então f tem máximo em $\mathbb{R}$;

(e) Se $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua e limitada, então f tem máximo e mínimo em $\mathbb{R}$.

Questão 6. *Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Qual dos seguintes é um ponto de inflexão da f?*

(a) $\frac{1}{2}$;

(b) $\frac{1}{3}$;

(c) 0;

(d) $\frac{2}{3}$;

(e) $-\frac{1}{3}$.

Questão 7. *Qual das seguintes afirmações é falsa?*

(a) Se $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ é derivável, então f admite mínimo em $[a,b]$;

(b) Se $f\colon]a,b[\to \mathbb{R}$ é derivável, e $f'(x) \geq 0$ para todo $x \in]a,b[$, então f é crescente em $]a,b[$;

(c) Se f é derivável em todos os pontos de seu domínio $\mathrm{Dom}(f) \subset \mathbb{R}$, e $f'(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathrm{Dom}(f)$, então f é crescente em $\mathrm{Dom}(f)$;

(d) Se $f\colon]a,b[\to \mathbb{R}$ é derivável, e $f'(x) \leq 0$ para todo $x \in]a,b[$, então f é decrescente em $]a,b[$;

(e) Se $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ é derivável, então f admite máximo em $[a,b]$.

Questão 8. *Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 3$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 é um máximo local da f;
(b) x_0 úm ponto de inflexão para f;
(c) x_0 é um mínimo local da f;
(d) x_0 não é um ponto crítico da f;
(e) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$.

Questão 9. *Calcule o limite* $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x}$.

(a) o limite não existe;
(b) $-\infty$;
(c) $+\infty$;
(d) 0;
(e) 1.

Questão 10. *Qual letra do alfabeto grego é:* $\boxed{\nu}$*?*

(a) *Eta* maiúsculo;
(b) *Ni* minúsculo;
(c) *Mi* minúsculo;
(d) *Eta* minúsculo;
(e) *Lambda* minúsculo.

Questão 11. *Determine qual das seguintes retas é uma assíntota do gráfico da função* $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$.

(a) $x = 0$;
(b) o gráfico não admite nenhum assíntota;
(c) $x = 1$;
(d) $y = 0$;
(e) $y = 1$.

Questão 12. *Qual dos seguintes é o enunciado correto que segue do* Teorema de Lagrange*?*

(a) Se $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ é derivável em c, então $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$;
(b) Se $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f é derivavel em $c \in [a,b]$;
(c) Se $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ é derivável, então existe $c \in [a,b]$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$;
(d) Se $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f admite máximo e mínimo em $[a,b]$;
(e) Se $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Questão 13. *Qual é o comportamento da função* $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^2}$ *no intervalo* $]-1,0[$*?*

(a) tem concavidade para baixo;
(b) crescente;
(c) a função não está definida em todo o intervalo;
(d) constante;
(e) decrescente.

Questão 14. *Determine o domínio da função* $f(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{1-x}}$.

(a) $]-\infty,-1[\bigcup[1,+\infty[$;
(b) $]-1,1[$;
(c) $]-\infty,1[$;
(d) $[-1,1]$;
(e) $]1,+\infty[$.

Questão 15. *Se* $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ *é uma função tal que* $f'(x) < 0$ *e* $f''(x) > 0$ *para todo* $x \in [a,b]$*. Qual das seguintes afirmações sobre a* f *é verdadeira?*

(a) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a,b]$.;
(b) f é crescente e com concavidade para cima em $[a,b]$.;
(c) $f(x) = e^{-x}$;
(d) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a,b]$.;
(e) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a,b]$..

Questão 16. *Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função* $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ *é para cima:*

(a) $]-\infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$;
(b) $]-1, 1[$;
(c) $]-\infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$;
(d) $\mathbb{R}$, pois a função exponencial é crescente;
(e) $]0, +\infty[$.

Questão 17. *Determine o ponto* $x_0 \in [-1, 3]$ *onde a função* $f(x) = x(x^2-1)$ *atinge seu máximo no intervalo* $[-1, 3]$.

(a) $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;
(b) $x_0 = 3$;
(c) f não admite máximo;
(d) $x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$;
(e) $x_0 = -1$.

Questão 18. *Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função* $f(x) = \tan x$ *no ponto de coordenadas* $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$*?*

(a) o gráfico da f não admite reta tangente em $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$;
(b) $\pi y - 2x = 1$;
(c) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$;
(d) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$;
(e) $y - \frac{\pi}{4} = x - 1$.

Questão 19. *Seja* $f\colon [0, 2] \to \mathbb{R}$ *uma função contínua, com* $f(0) = 5$, $f(1) = -1$ *e* $f(2) = 3$. *Quais das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) A equação $f(x) = 4$ admite no mínimo duas soluções em $]0, 2[$;
(b) Não existe nenhuma solução da equação $f(x) = 4$ em $[0, 1]$;
(c) A equação $f(x) = 0$ admite no mínimo duas soluções em $]0, 2[$;
(d) A equação $f(x) = 0$ admite no mínimo três soluções em $]0, 2[$;
(e) Não existe nenhuma solução da equação $f(x) = 0$ em $[0, 1]$.

Questão 20. *Dada a função $f(x) = xe^x$, qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) $x = -1$ é um mínimo local da f;
(b) $f'(x) = x + xe^x$;
(c) $x = -1$ é um máximo local da f;
(d) $x = -1$ não é um ponto crítico da f;
(e) $f(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova 2

5 de junho de 2014

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas $\boxed{\textbf{A}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota