

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 1
2 de Julho de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- $\ln(x)$ é o logaritmo natural de x
- $\sin x$ é o seno de x .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

D

Questão 1. Calcule a integral definida $\int_0^1 e^{2x} dx$.

- (a) $e^2 - 1$;
- (b) $\frac{1}{2}e^2$;
- (c) $e^{1/2} - 1$;
- (d) $e - 1$;
- (e) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$.

Questão 2. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 4$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = -2$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) x_0 é um máximo local da f ;
- (b) x_0 é um ponto de inflexão para f ;
- (c) x_0 é um mínimo local da f ;
- (d) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
- (e) x_0 não é um ponto crítico da f .

Questão 3. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x}$.

- (a) $L = e^2$;
- (b) $L = \frac{1}{e}$;
- (c) $L = \frac{1}{e^2}$;
- (d) $L = 1$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 4. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \frac{\ln x}{x}$?

- (a) $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$;
- (b) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$;
- (c) f não admite derivada segunda;
- (d) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$;
- (e) $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$.

Questão 5. Calcule a integral indefinida $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x}$.

- (a) $\cos(\ln(x)) + C$;
- (b) $\sin(\ln(x)) + C$;
- (c) $\sin(x) + \ln(x) + C$;
- (d) $-\cos(\ln(x)) + C$;
- (e) $-\sin(\ln(x)) + C$.

Questão 6. A substituição $u = \frac{1}{2}x^2$ transforma a integral $\int xe^{\frac{1}{2}x^2} dx$ em qual das seguintes?

- (a) $\int e^{\sqrt{u}} du$;
- (b) $\int e^u du$;
- (c) $\int ue^u du$;
- (d) $\int \frac{1}{2}u^2 e^u du$;
- (e) $\int e^{u^2} du$.

Questão 7. Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Determine **todos** os intervalos de crescimento da f .

- (a) a f é crescente em \mathbb{R} ;
- (b) 1 e $-\frac{1}{3}$;
- (c) $]-\frac{1}{3}, 1[$;
- (d) $]-\infty, -\frac{1}{3}[$ e $]1, +\infty[$;
- (e) $]-\infty, \frac{1}{3}[$.

Questão 8. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = +\infty$;
- (c) $L = \frac{1}{2}$;
- (d) $L = 1$;
- (e) $L = \frac{\sin \infty}{\infty}$.

Questão 9. Qual é a fórmula de integração por partes?

(a) $\int f'(x)g(x) dx = f'(x)g'(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(b) $\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(c) $\int f'(x)g(x) dx = f'(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(d) $\int f'(x)g(x) dx = f(x)g'(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(e) $\int f'(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g(x) dx.$

Questão 10. Calcule a área da região do plano abaixo do gráfico da função $f(x) = \ln(x)$, acima do eixo x , e limitada pelas retas $x = 1$ e $x = 2$.

(a) $2 \ln(2) - 1;$

(b) $0;$

(c) $\ln(2) - \ln(1);$

(d) $e^2 - e;$

(e) $e^{2 \ln(2)-1}.$

Questão 11. Quais são as soluções da desigualdade $1 < |2x - 1| \leq 3$?

(a) $x \in]-1, 0] \cup]1, 2];$

(b) $x \in [-1, 0[;$

(c) $x \in [-1, 0] \cup]1, 2];$

(d) $x \in [-1, 0[\cup]1, 2];$

(e) $x \in]1, 2].$

Questão 12. Qual dos seguintes enunciados é a forma correta do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

(a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é uma primitiva da f ;

(b) Se F é uma primitiva de f , então F é também uma primitiva de $f + c$;

(c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t) dt = 0$;

(d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma primitiva, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é contínua;

(e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, $f'(x) = \int_a^x f(t) dt$.

Questão 13. Calcule a integral indefinida $xe^{2x} dx$.

- (a) $\frac{1}{2}xe^{2x} + C$;
- (b) $e^{2x}(x - 1) + C$;
- (c) $\frac{1}{2}x^2e^{2x} + C$;
- (d) $\frac{1}{2}x^3e^{2x} + C$;
- (e) $e^{2x}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) + C$.

Questão 14. Dada a função $F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$, calcule a derivada $F'(0)$.

- (a) -1 ;
- (b) não existe;
- (c) $\int_0^0 e^{t^2} dt$;
- (d) 1 ;
- (e) 0 .

Questão 15. No intervalo $] -1, 0[$, qual é o comportamento da função $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$?

- (a) a função não está definida em todo o intervalo;
- (b) decrescente;
- (c) constante;
- (d) crescente;
- (e) tem concavidade para baixo.

Questão 16. Sabendo que $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, e que $f(0) = 0$ e $f(1) = 4$, calcule a integral definida $\int_0^1 f(x)f'(x) dx$.

- (a) 16 ;
- (b) 4 ;
- (c) 0 ;
- (d) 8 ;
- (e) 2 .

Questão 17. Determine os pontos de inflexão da função $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$:

- (a) 0;
- (b) $\frac{1}{2}$;
- (c) não há, pois $e^{\frac{x^2}{2}} > 0$, para qualquer x ;
- (d) 1 e 0;
- (e) ± 1 .

Questão 18. Dada $f(x) = e^{2x}$ e $g(x) = 1 - \cos x$, calcule a composição $h(x) = f(g(x))$.

- (a) $h(x) = e^{1-\cos x}$;
- (b) $h(x) = \frac{e^2}{e^{2\cos x}}$;
- (c) $h(x) = \frac{e}{e^{2\cos x}}$;
- (d) $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$;
- (e) $h(x) = \frac{e}{e^{\cos x}}$.

Questão 19. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} (7x - 3x^2) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

- (a) $L = 0$;
- (b) o limite não existe;
- (c) $L = -\infty$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = 1$.

Questão 20. Calcule a integral indefinida $\int \sin x \sqrt{\cos x} \, dx$.

- (a) $\sqrt{\cos x} + C$;
- (b) $-\frac{2}{3}\sqrt{\cos^3 x} + C$;
- (c) $\frac{1}{2}\sqrt{\cos^3 x} + C$;
- (d) $\cos x \sqrt{\sin x} + C$;
- (e) $\sin x \sqrt{\cos x} + C$.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 3
2 de Julho de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas **D**

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota