

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova 1  
2 de Julho de 2012

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
- $\ln(x)$  é o logaritmo natural de  $x$
- $\sin x$  é o seno de  $x$ .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***



**Questão 1.** A substituição  $u = \frac{1}{2}x^2$  transforma a integral  $\int x e^{\frac{1}{2}x^2} dx$  em qual das seguintes?

- (a)  $\int e^u du$ ;
- (b)  $\int e^{u^2} du$ ;
- (c)  $\int e^{\sqrt{u}} du$ ;
- (d)  $\int u e^u du$ ;
- (e)  $\int \frac{1}{2} u^2 e^u du$ .

**Questão 2.** Calcule a integral indefinida  $\int \sin x \sqrt{\cos x} dx$ .

- (a)  $\cos x \sqrt{\sin x} + C$ ;
- (b)  $\sin x \sqrt{\cos x} + C$ ;
- (c)  $\sqrt{\cos x} + C$ ;
- (d)  $-\frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} + C$ ;
- (e)  $\frac{1}{2} \sqrt{\cos^3 x} + C$ .

**Questão 3.** Sabendo que  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  é derivável, e que  $f(0) = 0$  e  $f(1) = 4$ , calcule a integral definida  $\int_0^1 f(x) f'(x) dx$ .

- (a) 0;
- (b) 4;
- (c) 16;
- (d) 8;
- (e) 2.

**Questão 4.** Dada  $f(x) = e^{2x}$  e  $g(x) = 1 - \cos x$ , calcule a composição  $h(x) = f(g(x))$ .

- (a)  $h(x) = \frac{e}{e^{2\cos x}}$ ;
- (b)  $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$ ;
- (c)  $h(x) = \frac{e^2}{e^{2\cos x}}$ ;
- (d)  $h(x) = e^{1-\cos x}$ ;
- (e)  $h(x) = \frac{e}{e^{\cos x}}$ .

**Questão 5.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x}$ .

- (a)  $L = \frac{1}{e^2}$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = e^2$ ;
- (d)  $L = \frac{1}{e}$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 6.** No intervalo  $] -1, 0[$ , qual é o comportamento da função  $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$ ?

- (a) crescente;
- (b) decrescente;
- (c) a função não está definida em todo o intervalo;
- (d) tem concavidade para baixo;
- (e) constante.

**Questão 7.** Dada a função  $F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ , calcule a derivada  $F'(0)$ .

- (a)  $\int_0^0 e^{t^2} dt$ ;
- (b) 1;
- (c) não existe;
- (d)  $-1$ ;
- (e) 0.

**Questão 8.** Calcule a integral indefinida  $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x}$ .

- (a)  $\cos(\ln(x)) + C$ ;
- (b)  $\sin(x) + \ln(x) + C$ ;
- (c)  $-\cos(\ln(x)) + C$ ;
- (d)  $-\sin(\ln(x)) + C$ ;
- (e)  $\sin(\ln(x)) + C$ .

**Questão 9.** Determine os pontos de inflexão da função  $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ :

- (a) 0;
- (b)  $\frac{1}{2}$ ;
- (c) não há, pois  $e^{\frac{x^2}{2}} > 0$ , para qualquer  $x$ ;
- (d) 1 e 0;
- (e)  $\pm 1$ .

**Questão 10.** Quais são as soluções da desigualdade  $1 < |2x - 1| \leq 3$ ?

- (a)  $x \in [-1, 0] \cup ]1, 2[$ ;
- (b)  $x \in ]1, 2[$ ;
- (c)  $x \in ]-1, 0] \cup ]1, 2[$ ;
- (d)  $x \in [-1, 0[$ ;
- (e)  $x \in [-1, 0[ \cup ]1, 2]$ .

**Questão 11.** Qual dos seguintes enunciados é a forma correta do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se  $F$  é uma primitiva de  $f$ , então  $F$  é também uma primitiva de  $f + c$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $\int_a^b f(t) dt = 0$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável,  $f'(x) == \int_a^x f(t) dt$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então a função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é uma primitiva da  $f$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma primitiva, então a função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é contínua.

**Questão 12.** Calcule a integral indefinida  $xe^{2x} dx$ .

- (a)  $\frac{1}{2}x^3e^{2x} + C$ ;
- (b)  $\frac{1}{2}x^2e^{2x} + C$ ;
- (c)  $e^{2x} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) + C$ ;
- (d)  $e^{2x} (x - 1) + C$ ;
- (e)  $\frac{1}{2}xe^{2x} + C$ .

**Questão 13.** Qual é a fórmula de integração por partes?

(a)  $\int f'(x)g(x) dx = f(x)g'(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(b)  $\int f'(x)g(x) dx = f'(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(c)  $\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(d)  $\int f'(x)g(x) dx = f'(x)g'(x) - \int f(x)g'(x) dx;$

(e)  $\int f'(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g(x) dx.$

**Questão 14.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja  $x_0 \in \mathbb{R}$  um ponto onde  $f(x_0) = 4$ ,  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) = -2$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $x_0$  um ponto de inflexão para  $f$ ;
- (b)  $x_0$  não é um ponto crítico da  $f$ ;
- (c)  $x_0$  é um mínimo local da  $f$ ;
- (d)  $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$ ;
- (e)  $x_0$  é um máximo local da  $f$ .

**Questão 15.** Calcule a integral definida  $\int_0^1 e^{2x} dx$ .

- (a)  $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$ ;
- (b)  $\frac{1}{2}e^2$ ;
- (c)  $e - 1$ ;
- (d)  $e^2 - 1$ ;
- (e)  $e^{1/2} - 1$ .

**Questão 16.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} (7x - 3x^2) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$ .

- (a)  $L = -\infty$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c) o limite não existe;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 17.** Considere a função  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ . Determine **todos** os intervalos de crescimento da  $f$ .

- (a)  $] -\frac{1}{3}, 1[$ ;
- (b)  $] -\infty, \frac{1}{3}[$ ;
- (c)  $] -\infty, -\frac{1}{3}[$  e  $]1, +\infty[$ ;
- (d)  $]1, -\frac{1}{3}[$ ;
- (e) a  $f$  é crescente em  $\mathbb{R}$ .

**Questão 18.** Calcule o limite  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$ .

- (a)  $L = 1$ ;
- (b)  $L = \frac{1}{2}$ ;
- (c)  $L = 0$ ;
- (d)  $L = \frac{\sin \infty}{\infty}$ ;
- (e)  $L = +\infty$ .

**Questão 19.** Qual é a derivada segunda da função  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ?

- (a)  $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$ ;
- (b)  $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$ ;
- (c)  $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$ ;
- (d)  $f$  não admite derivada segunda;
- (e)  $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ .

**Questão 20.** Calcule a área da região do plano abaixo do gráfico da função  $f(x) = \ln(x)$ , acima do eixo  $x$ , e limitada pelas retas  $x = 1$  e  $x = 2$ .

- (a)  $2 \ln(2) - 1$ ;
- (b)  $\ln(2) - \ln(1)$ ;
- (c)  $e^{2 \ln(2) - 1}$ ;
- (d)  $e^2 - e$ ;
- (e) 0.

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova 3  
2 de Julho de 2012

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Folha de Respostas** C

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

**Deixe em branco.**

<b>Corretas</b>	<b>Erradas</b>	<b>Nota</b>