MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova 1

2 de Julho de 2012

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais.
- $\ln(x)$ é o logaritmo natural de x
- $\sin x$ é o seno de x.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

$\boxed{\mathbf{A}}$

Questão 1. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 4$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = -2$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) x_0 é um mínimo local da f;
(b) x_0 não é um ponto crítico da f;
(c) x_0 é um máximo local da f;
(d) x_0 úm ponto de inflexão para f;
(e) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$.

Questão 2. Determine os pontos de inflexão da função $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$:

(a) 0;
(b) $\frac{1}{2}$;
(c) não há, pois $e^{\frac{x^2}{2}} > 0$, para qualquer x;
(d) ± 1;
(e) 1 e 0.

Questão 3. Calcule a integral definida $\int_0^1 e^{2x}\,\mathrm{d}x$.

(a) $\frac{1}{2}e^2$;
(b) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$;
(c) $e^{1/2} - 1$;
(d) $e - 1$;
(e) $e^2 - 1$.

Questão 4. Qual é a fórmula de integração por partes?

(a) $\displaystyle\int f'(x)g(x)\,\mathrm{d}x = f'(x)g'(x) - \int f(x)g'(x)\,\mathrm{d}x$;
(b) $\displaystyle\int f'(x)g(x)\,\mathrm{d}x = f(x)g'(x) - \int f(x)g'(x)\,\mathrm{d}x$;
(c) $\displaystyle\int f'(x)g(x)\,\mathrm{d}x = f'(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,\mathrm{d}x$;
(d) $\displaystyle\int f'(x)g(x)\,\mathrm{d}x = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,\mathrm{d}x$;
(e) $\displaystyle\int f'(x)g'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)g(x) - \int f(x)g(x)\,\mathrm{d}x$.

Questão 5. No intervalo $]-1, 0[$, qual é o comportamento da função $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^2}$?

(a) a função não está definida em todo o intervalo;
(b) decrescente;
(c) tem concavidade para baixo;
(d) crescente;
(e) constante.

Questão 6. Calcule o limite $L = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n}$.

(a) $L = 0$;
(b) $L = 1$;
(c) $L = \frac{1}{2}$;
(d) $L = +\infty$;
(e) $L = \frac{\sin\infty}{\infty}$.

Questão 7. Calcule o limite $L = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{2x}$.

(a) $L = \dfrac{1}{e^2}$;
(b) $L = +\infty$;
(c) $L = e^2$;
(d) $L = 1$;
(e) $L = \dfrac{1}{e}$.

Questão 8. Calcule a integral indefinida $xe^{2x}\,\mathrm{d}x$.

(a) $e^{2x}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) + C$;
(b) $e^{2x}(x-1) + C$;
(c) $\frac{1}{2}xe^{2x} + C$;
(d) $\frac{1}{2}x^2e^{2x} + C$;
(e) $\frac{1}{2}x^3e^{2x} + C$.

Questão 9. Calcule o limite $L = \lim_{x \to 0} \left(7x - 3x^2\right) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

(a) $L = +\infty$;
(b) $L = 1$;
(c) $L = -\infty$;
(d) o limite não existe;
(e) $L = 0$.

Questão 10. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$?

(a) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^3}$;
(b) f não admite derivada segunda;
(c) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^4}$;
(d) $f''(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$;
(e) $f''(x) = \dfrac{3\ln x - 2}{x^3}$.

Questão 11. Dada a função $F(x) = \displaystyle\int_0^x e^{t^2}\,\mathrm{d}t$, calcule a derivada $F'(0)$.

(a) não existe;
(b) 0;
(c) $\int_0^0 e^{t^2}\,\mathrm{d}t$;
(d) -1;
(e) 1.

Questão 12. Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Determine **todos** os intervalos de crescimento da f.

(a) $]-\infty, -\frac{1}{3}[$ e $]1, +\infty[$;
(b) $]-\infty, \frac{1}{3}[$;
(c) 1 e $-\frac{1}{3}$;
(d) $]-\frac{1}{3}, 1[$;
(e) a f é crescente em $\mathbb{R}$.

Questão 13. Dada $f(x) = e^{2x}$ e $g(x) = 1 - \cos x$, calcule a composição $h(x) = f\big(g(x)\big)$.

(a) $h(x) = \dfrac{e^2}{e^{2\cos x}}$;
(b) $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$;
(c) $h(x) = \dfrac{e}{e^{\cos x}}$;
(d) $h(x) = \dfrac{e}{e^{2\cos x}}$;
(e) $h(x) = e^{1-\cos x}$.

Questão 14. Calcule a integral indefinida $\displaystyle\int \frac{\cos\big(\ln(x)\big)}{x}$.

(a) $-\cos\big(\ln(x)\big) + C$;
(b) $\sin(x) + \ln(x) + C$;
(c) $-\sin\big(\ln(x)\big) + C$;
(d) $\sin\big(\ln(x)\big) + C$;
(e) $\cos\big(\ln(x)\big) + C$.

Questão 15. Calcule a integral indefinida $\displaystyle\int \sin x\sqrt{\cos x}\,\mathrm{d}x$.

(a) $\frac{1}{2}\sqrt{\cos^3 x} + C$;
(b) $-\frac{2}{3}\sqrt{\cos^3 x} + C$;
(c) $\cos x\sqrt{\sin x} + C$;
(d) $\sin x\sqrt{\cos x} + C$;
(e) $\sqrt{\cos x} + C$.

Questão 16. Calcule a área da região do plano abaixo di gráfico da função $f(x) = \ln(x)$, acima di eixo x, e limitada pelas retas $x = 1$ e $x = 2$.

(a) $e^2 - e$;
(b) 0;
(c) $\ln(2) - \ln(1)$;
(d) $e^{2\ln(2)-1}$;
(e) $2\ln(2) - 1$.

Questão 17. Sabendo que $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ é derivável, e que $f(0) = 0$ e $f(1) = 4$, calcule a integral definida $\int_0^1 f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x$.

(a) 16;
(b) 0;
(c) 2;
(d) 8;
(e) 4.

Questão 18. Quais são as soluções da desigualdade $1 < |2x - 1| \leq 3$?

(a) $x \in [-1, 0[$;
(b) $x \in]1, 2]$;
(c) $x \in [-1, 0] \bigcup]1, 2[$;
(d) $x \in [-1, 0[\bigcup]1, 2]$;
(e) $x \in]-1, 0] \bigcup]1, 2]$.

Questão 19. Qual dos seguintes enunciados é a forma correta do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

(a) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $Fx) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é uma primitiva da f;
(b) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma primitiva, então a função $Fx) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é contínua;
(c) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, $f'(x) == \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$;
(d) Se F é uma primitiva de f, então F é também uma primitiva de $f + c$;
(e) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = 0$.

Questão 20. A substituição $u = \frac{1}{2}x^2$ transforma a integral $\displaystyle\int x e^{\frac{1}{2}x^2}\,\mathrm{d}x$ em qual das seguintes?

(a) $\displaystyle\int e^{u^2}\,\mathrm{d}u$;
(b) $\displaystyle\int e^{u}\,\mathrm{d}u$;
(c) $\displaystyle\int \frac{1}{2}u^2 e^{u}\,\mathrm{d}u$;
(d) $\displaystyle\int u e^{u}\,\mathrm{d}u$;
(e) $\displaystyle\int e^{\sqrt{u}}\,\mathrm{d}u$.

MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 3
2 de Julho de 2012

Nome: ________________________________

Número USP: ____________________________

Assinatura: _____________________________

Folha de Respostas $\boxed{\textbf{A}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**