

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 2
14 de Junho de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- \ln é o logaritmo natural de x .
- $\tan x$ é a tangente de x .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

C

Questão 1. Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Determine **todos** os intervalos de crescimento da f .

- (a) $] -\frac{1}{3}, 1[$;
- (b) 1 e $-\frac{1}{3}$;
- (c) $] -\infty, \frac{1}{3}[$;
- (d) a função é sempre crescente;
- (e) $] -\infty, -\frac{1}{3}[$ e $]1, +\infty[$.

Questão 2. Seja $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. Estude f com relação a máximos e mínimos.

- (a) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global;
- (b) 1 e 0 são máximos locais;
- (c) 0 e 2 são mínimos locais;
- (d) 0 e 2 são máximos locais;
- (e) 0 é um máximo local e 2 é um mínimo local.

Questão 3. Quais são os dois números reais positivos cuja soma seja 4 e a soma do cubo do menor com o quadrado do maior seja mínima?

- (a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{7}{2}$;
- (b) $\frac{4}{3}$ e $\frac{8}{3}$;
- (c) 1 e 3;
- (d) $\frac{1}{5}$ e $\frac{19}{5}$;
- (e) 4 e 0.

Questão 4. Qual é o número real positivo tal que a diferença entre ele e seu quadrado seja máxima?

- (a) 2;
- (b) 0;
- (c) $\frac{1}{2}$;
- (d) $-\frac{1}{2}$;
- (e) 1.

Questão 5. Determine a derivada da função $f(x) = \sin\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$:

- (a) $\frac{x^2}{2}e^{\frac{x^2}{2}} \cos\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$;
- (b) $\frac{x}{2}e^{\frac{x^2}{2}} \cos\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$;
- (c) $e^x \cos(x)$;
- (d) $xe^{\frac{x^2}{2}} \cos(x)$;
- (e) $xe^{\frac{x^2}{2}} \cos\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$.

Questão 6. Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função $f(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$ é para cima:

- (a) $]0, +\infty[$;
- (b) \mathbb{R} , pois a função exponencial é crescente;
- (c) $] - 1, 1[$;
- (d) $] - \infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$;
- (e) $] - \infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$.

Questão 7. Seja $f(x)$ uma função contínua e derivável pelo menos duas vezes. Sabe-se que $f(a) > 0$ e $f(b) < 0$, disso pode-se concluir que:

- (a) a função f é par;
- (b) há ao menos uma raiz de f no intervalo $]a, b[$;
- (c) a concavidade da função f é para cima no intervalo $]a, b[$;
- (d) a função f é decrescente em todo intervalo $]a, b[$;
- (e) não se pode concluir nada.

Questão 8. Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \tan x$ no ponto de coordenadas $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$?

- (a) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$;
- (b) o gráfico da f não admite reta tangente em $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$;
- (c) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$;
- (d) $\pi y - 2x = 1$;
- (e) $y - \frac{\pi}{4} = x - 1$.

Questão 9. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f admite máximo e mínimo em $]a, b[$;
- (b) Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f admite máximo e mínimo em $[a, b]$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é derivável em $[a, b]$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função limitada, então f admite máximo e mínimo em $[a, b]$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f admite máximo e mínimo em $[a, b]$.

Questão 10. Seja $f(x)$ uma função ímpar, contínua em todo o eixo real e pelo menos duas vezes diferenciável. Se a concavidade de f é para cima no intervalo $]0, +\infty[$, então qual será sua concavidade no intervalo $] - \infty, 0[$?

- (a) para cima, pois f é contínua;
- (b) para baixo, pois f é contínua;
- (c) não dá para saber com essas informações;
- (d) para baixo, pois $f(x) = -f(-x)$;
- (e) para cima, pois $f(x) = -f(-x)$.

Questão 11. No intervalo $] - 1, 0[$, qual é o comportamento da função $f(x) = \frac{x^4+1}{x^2}$?

- (a) constante;
- (b) tem concavidade para baixo;
- (c) decrescente;
- (d) a função não está definida em todo o intervalo;
- (e) crescente.

Questão 12. Determine os pontos de inflexão da função $f(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$:

- (a) ± 1 ;
- (b) $\frac{1}{2}$;
- (c) 0;
- (d) 1 e 0;
- (e) não há, pois $e^{\frac{x^2}{2}} > 0$, para qualquer x .

Questão 13. Determine a derivada da função $f(x) = -\ln(\cos x)$:

- (a) $\frac{1}{x} \cdot \sin x$;
- (b) $-\frac{1}{\cos x}$;
- (c) $\tan x$;
- (d) $-\frac{\sin x}{\cos x}$;
- (e) $\cos(\ln x)$.

Questão 14. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \frac{\ln x}{x}$?

- (a) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$;
- (b) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$;
- (c) f não admite derivada segunda;
- (d) $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$;
- (e) $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$.

Questão 15. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 4$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 2$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
- (b) x_0 é um mínimo local da f ;
- (c) x_0 é um ponto de inflexão para f ;
- (d) x_0 não é um ponto crítico da f ;
- (e) x_0 é um máximo local da f .

Questão 16. Considere a função $f(x) = e^x$. Usando o Teorema do Valor Médio podemos concluir que para dois valores de a e b , tais que $a, b \in [-10, 0]$ vale:

- (a) $|e^a - e^b| < e^{-5} |a - b|$;
- (b) $|e^a - e^b| > |a - b|$;
- (c) $e^a - e^b < e^c (a - b)$;
- (d) $|e^a - e^b| = |a - b|$;
- (e) $|e^a - e^b| < |a - b|$.

Questão 17. Determine a derivada da função $f(x) = x(\ln x - 1)$:

- (a) $\ln x - 1$;
- (b) $\ln x - 2$;
- (c) $\ln x + 2$;
- (d) $\ln x$;
- (e) $x \ln x$.

Questão 18. Uma função $f(x)$ é dita ser *par* se e somente se possuir qual das propriedades abaixo?

- (a) $f(x) + f(-x) = 0$;
- (b) $f(x) = -f(-x)$;
- (c) $\frac{f(x)}{2}$ é um número inteiro para qualquer valor de x ;
- (d) $f(x) = f(-x)$;
- (e) $[f(x)]^2 = [f(-x)]^2$.

Questão 19. Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Determine os pontos de inflexão da f :

- (a) $\frac{1}{3}$;
- (b) $-\frac{1}{3}$;
- (c) 0;
- (d) $\frac{2}{3}$;
- (e) $\frac{1}{2}$.

Questão 20. Quanto vale o limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$?

- (a) o limite não existe;
- (b) $-\infty$;
- (c) $+\infty$;
- (d) 0;
- (e) 1.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 2
14 de Junho de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas C

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota