MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova 2

14 de Junho de 2012

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais.
- ln é o logaritmo natural de x.
- $\tan x$ é a tangente de x.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

$\boxed{\textbf{B}}$

Questão 1. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 4$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 2$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) x_0 não é um ponto crítico da f;
(b) x_0 é um máximo local da f;
(c) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
(d) x_0 úm ponto de inflexão para f;
(e) x_0 é um mínimo local da f.

Questão 2. Determine a derivada da função $f(x) = x(\ln x - 1)$:

(a) $x \ln x$;
(b) $\ln x - 2$;
(c) $\ln x$;
(d) $\ln x - 1$;
(e) $\ln x + 2$.

Questão 3. Qual é o número real positivo tal que a diferença entre ele e seu quadrado seja máxima?

(a) $-\frac{1}{2}$;
(b) 2;
(c) 0;
(d) 1;
(e) $\frac{1}{2}$.

Questão 4. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f admite máximo e mínimo em $[a, b]$;
(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f admite máximo e mínimo em $[a, b]$;
(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é derivável em $[a, b]$;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função limitada, então f admite máximo e mínimo em $[a, b]$;
(e) Se $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f admite máximo e mínimo em $]a, b[$.

Questão 5. Seja $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. Estude f com relação a máximos e mínimos.

(a) 0 é um máximo local e 2 é um mínimo local;
(b) 1 e 0 são máximos locais;
(c) 0 e 2 são máximos locais;
(d) 0 e 2 são mínimos locais;
(e) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global.

Questão 6. Seja $f(x)$ uma função ímpar, contínua em todo o eixo real e pelo menos duas vezes diferenciável. Se a concavidade de f é para cima no intervalo $]0, +\infty[$, então qual será sua concavidade no intervalo $]-\infty, 0[$?

(a) para baixo, pois $f(x) = -f(-x)$;
(b) não dá para saber com essas informações;
(c) para cima, pois f é contínua;
(d) para cima, pois $f(x) = -f(-x)$;
(e) para baixo, pois f é contínua.

Questão 7. Determine a derivada da função $f(x) = -\ln(\cos x)$:

(a) $-\dfrac{\sin x}{\cos x}$;
(b) $\dfrac{1}{x} \cdot \sin x$;
(c) $\tan x$;
(d) $-\dfrac{1}{\cos x}$;
(e) $\cos(\ln x)$.

Questão 8. Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Determine os pontos de inflexão da f:

(a) $\frac{2}{3}$;
(b) 0;
(c) $-\frac{1}{3}$;
(d) $\frac{1}{2}$;
(e) $\frac{1}{3}$.

Questão 9. Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \tan x$ no ponto de coordenadas $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$?

(a) $y - \frac{\pi}{4} = x - 1$;
(b) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$;
(c) $\pi\, y - 2x = 1$;
(d) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$;
(e) o gráfico da f não admite reta tangente em $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$.

Questão 10. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$?

(a) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^3}$;
(b) f não admite derivada segunda;
(c) $f''(x) = \dfrac{3\ln x - 2}{x^3}$;
(d) $f''(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$;
(e) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^4}$.

Questão 11. Quanto vale o limite $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x}$?

(a) 1;
(b) 0;
(c) o limite não existe;
(d) $+\infty$;
(e) $-\infty$.

Questão 12. Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função $f(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$ é para cima:

(a) $]-\infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$;
(b) $]-1, 1[$;
(c) $\mathbb{R}$, pois a função exponencial é crescente;
(d) $]-\infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$;
(e) $]0, +\infty[$.

Questão 13. Uma função $f(x)$ é dita ser *par* se e somente se possuir qual das propriedades abaixo?

(a) $[f(x)]^2 = [f(-x)]^2$;
(b) $f(x) = f(-x)$;
(c) $f(x) = -f(-x)$;
(d) $f(x) + f(-x) = 0$;
(e) $\frac{f(x)}{2}$ é um número inteiro para qualquer valor de x.

Questão 14. Considere a função $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Determine **todos** os intervalos de crescimento da f.

(a) $]-\infty, \frac{1}{3}[$;
(b) $]-\frac{1}{3}, 1[$;
(c) $]-\infty, -\frac{1}{3}[$ e $]1, +\infty[$;
(d) 1 e $-\frac{1}{3}$;
(e) a função é sempre crescente.

Questão 15. Considere a função $f(x) = e^x$. Usando o Teorema do Valor Médio podemos concluir que para dois valores de a e b, tais que $a, b \in [-10, 0]$ vale:

(a) $e^a - e^b < e^c(a - b)$;
(b) $\left|e^a - e^b\right| < e^{-5}|a - b|$;
(c) $\left|e^a - e^b\right| > |a - b|$;
(d) $\left|e^a - e^b\right| < |a - b|$;
(e) $\left|e^a - e^b\right| = |a - b|$.

Questão 16. Determine a derivada da função $f(x) = \sin\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$:

(a) $xe^{\frac{x^2}{2}} \cos\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$;
(b) $\frac{x^2}{2}e^{\frac{x^2}{2}} \cos\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$;
(c) $xe^{\frac{x^2}{2}} \cos(x)$;
(d) $\frac{x}{2}e^{\frac{x^2}{2}} \cos\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)$;
(e) $e^x \cos(x)$.

Questão 17. Quais são os dois números reais positivos cuja soma seja 4 e a soma do cubo do menor com o quadrado do maior seja mínima?

(a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{7}{2}$;
(b) $\frac{1}{5}$ e $\frac{19}{5}$;
(c) 1 e 3;
(d) 4 e 0;
(e) $\frac{4}{3}$ e $\frac{8}{3}$.

Questão 18. No intervalo $]-1,0[$, qual é o comportamento da função $f(x) = \frac{x^4+1}{x^2}$?

(a) tem concavidade para baixo;
(b) a função não está definida em todo o intervalo;
(c) crescente;
(d) constante;
(e) decrescente.

Questão 19. Seja $f(x)$ uma função contínua e derivável pelo menos duas vezes. Sabe-se que $f(a) > 0$ e $f(b) < 0$, disso pode-se concluir que:

(a) a função f é decrescente em todo intervalo $]a, b[$;
(b) não se pode concluir nada;
(c) há ao menos uma raíz de f no intervalo $]a, b[$;
(d) a concavidade da função f é para cima no intervalo $]a, b[$;
(e) a função f é par.

Questão 20. Determine os pontos de inflexão da função $f(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$:

(a) 1 e 0;
(b) $\frac{1}{2}$;
(c) ± 1;
(d) não há, pois $e^{\frac{x^2}{2}} > 0$, para qualquer x;
(e) 0.

MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova 2

14 de Junho de 2012

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas $\boxed{\text{B}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**