

MAT 104 — Cálculo 1
Prof. Paolo Piccione
Prova SUB — 05.07.2010

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- A prova consiste em 15 questões. Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10.5** pontos; cada questão correta vale **0.7** pontos e *cada questão errada implica num desconto de 0.1 ponto.*
- A prova SUB é *semi-aberta*, ou seja, caso o aluno entregue a prova para correção, a nota entrará necessariamente no cálculo da nota final, substituindo a menor entre a nota da P1 e da P2.
- **Boa Prova!**

Notações e Terminologia Utilizada na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- A derivada de uma função f é denotada com f' .
A derivada segunda é f'' .
- Dadas funções f e g , a composta é indicada por $f \circ g$.
- \log denota a função logaritmo em base e (logaritmo natural). Para $a > 0$, $a \neq 1$, $\log_a x$ é o logaritmo em base a .
- Um *extremo local* de uma função f é um ponto de mínimo ou de máximo local da f .
- Um *ponto de inflexão* de uma função f é um ponto onde muda a concavidade do gráfico de f .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

D

Questão 1. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^4}$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = \frac{n^2}{(n-1)!}$;
- (c) $L = \frac{\infty!}{\infty^3}$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = 1$.

Questão 2. Calcule a derivada segunda da função $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$.

- (a) $f''(x) = \frac{e^x (x^2 - 4x + 2) - 4x}{x^4}$;
- (b) $f''(x) = \frac{e^x (x^2 - 2x + 2) - 2}{x^3}$;
- (c) $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - x + 2) - 2x}{x^4}$;
- (d) $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - 2x + 1) - x}{x^4}$;
- (e) $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - 4x + 2) - 2}{x^3}$.

Questão 3. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função derivável, e com inversa f^{-1} . Sabendo que $f(0) = 1$, $f(1) = 3$, $f(3) = 4$, $f'(0) = 2$, $f'(1) = 1$, $f'(3) = 4$, calcule $(f^{-1})'(3)$.

- (a) 1;
- (b) $-\frac{1}{2}$;
- (c) $-\frac{1}{4}$;
- (d) $\frac{1}{4}$;
- (e) $\frac{1}{2}$.

Questão 4. Determine o único ponto crítico x_0 da função $f(x) = \frac{\log x}{x}$.

- (a) $x_0 = -1$;
- (b) $x_0 = 0$;
- (c) $x_0 = \frac{1}{e}$;
- (d) $x_0 = 1$;
- (e) $x_0 = e$.

Questão 5. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) se a_n é limitada, então existe o limite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$;
- (b) se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = +\infty$;
- (c) se a_n é uma sequência limitada, e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$;
- (d) se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$;
- (e) se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 1$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0$.

Questão 6. Sejam $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções deriváveis, tais que:

$$f(0) = 1, \quad g(2) = 2, \quad f'(0) = 4, \quad g'(0) = -1, \quad f(2) = 3, \\ f'(2) = -2, \quad g(3) = -2, \quad g'(3) = 4.$$

Calcule $(g \circ f)'(2)$.

- (a) 12;
- (b) -4;
- (c) 8;
- (d) 6;
- (e) -8.

Questão 7. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{\sin(2x)}$.

- (a) $L = +\infty$;
- (b) $L = \log 3$;
- (c) $L = \frac{3^0 - 1}{\sin 0}$;
- (d) $L = \frac{3}{2}$;
- (e) $L = \log(\sqrt{3})$.

Questão 8. Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\log_{1/2}(x^2 - 3x + 5/2) < 1.$$

- (a) $[1, 2]$;
- (b) $] -\infty, 2[$;
- (c) $] 2, +\infty[$;
- (d) $] 1, +\infty[$;
- (e) $] -\infty, 1[\cup] 2, +\infty[$.

Questão 9. Qual das seguintes retas é uma assíntota para a função

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x + 2}$$

quando $x \rightarrow +\infty$?

- (a) $y = 2x + 4$;
- (b) $y = 2x - 7$;
- (c) $y = 2x - 14$;
- (d) $y = 2x - \frac{3}{2}$;
- (e) $y = 4x - 6$.

Questão 10. Sejam $(\mathcal{A}_n)_{n \in \mathbb{N}}$ uma família de *afirmações*, cada uma das quais pode ser ou verdadeira ou falsa. Suponha que:

- \mathcal{A}_5 é verdadeira;
- se \mathcal{A}_n é verdadeira, então \mathcal{A}_{n+2} também é verdadeira.

O que podemos deduzir?

- (a) \mathcal{A}_n é falsa para todo $n < 5$;
- (b) \mathcal{A}_{n+2} é verdadeira para todo $n \geq 5$;
- (c) \mathcal{A}_n é falsa para todo $n > 5$;
- (d) \mathcal{A}_{2n+1} é verdadeira para todo $n \geq 2$;
- (e) \mathcal{A}_{2n} é verdadeira para todo $n > 2$.

Questão 11. Determine e classifique os extremos locais da função

$$f(x) = (2 - x)e^{x^2}.$$

- (a) $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$ é um mínimo local, $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ é um máximo local;
- (b) $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$ é um máximo local, $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ é um mínimo local;
- (c) f não possui extremos locais;
- (d) $x = 0$ é um máximo local e $x = 2$ é um mínimo local;
- (e) $x = 0$ é um mínimo local e $x = 2$ é um máximo local.

Questão 12. Quantos pontos de inflexão tem o gráfico da função f dada?

$$f(x) = e^{x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) quatro;
- (b) um;
- (c) dois;
- (d) três;
- (e) nenhum.

Questão 13. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se $x_0 \in [a, b]$ é um ponto de máximo da f em $[a, b]$, então $f'(x_0) = 0$;
- (b) Se $f''(x_0) = 0$, então x_0 é um ponto de inflexão;
- (c) Se $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, $f(0) = 0$ e $f(2) = 2$, então existe $\xi \in]0, 2[$ tal que $f'(\xi) = 1$;
- (d) Se $f'(x_0) = 0$, então x_0 é um máximo ou um mínimo local da f ;
- (e) Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, $f(0) = 0$ e $f(1) = 2$, então existe $\xi \in]0, 1[$ tal que $f'(\xi) = 1$.

Questão 14. Seja P o ponto do plano cujas coordenadas são $(1, -1)$. Determine o ponto Q pertencente ao gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$, com $x > 0$, com a propriedade que a reta por P e Q seja tangente ao gráfico da f no ponto Q .

- (a) $Q = \left(\sqrt{2} - 1, \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \right)$;
- (b) $Q = \left(\sqrt{2} + 1, \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \right)$;
- (c) $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{2} - 1}, \sqrt{2} - 1 \right)$;
- (d) $Q = \left(\sqrt{2} - 1, \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \right)$;
- (e) $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{2} + 1}, \sqrt{2} + 1 \right)$.

Questão 15. Em qual dos intervalos dados a função $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ é crescente?

- (a) $]0, 1[$;
- (b) $]1, +\infty[$;
- (c) $]2, +\infty[$;
- (d) $]0, \sqrt{2}[$;
- (e) $] \frac{1}{2}, +\infty[$.

MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB

5 de Julho de 2010

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Turma: FÍSICA

QUÍMICA

Folha de Respostas D

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota