MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova 3

30.06.2010

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: _______________________________________

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- A prova consiste em 15 questões. Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10.5** pontos; cada questão correta vale **0.7** pontos e *cada questão errada implica num desconto de* **0.1** *ponto.*
- **Boa Prova!**

Notações e Terminologia Utilizada na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais.
- A derivada de uma função f é denotada com f'.
  A derivada segunda é f''.
- Um *extremo local* de uma função f é um ponto de mínimo ou de máximo local da f.
- Um *ponto de inflexão* de uma função f é um ponto onde muda a concavidade do gráfico de f.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

$\boxed{\textbf{Qui-D}}$

Questão 1. Qual das seguintes retas é uma assíntota para a função

$$f(x) = \frac{4x^2 - 6x + 2}{2x + 4}$$

quando $x \to +\infty$?

(a) $y = 2x + 4$;
(b) $y = 2x - 7$;
(c) $y = 4x - 6$;
(d) $y = 2x - \frac{3}{2}$;
(e) $y = 2x - 14$.

Questão 2. Calcule a derivada segunda da função $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x}$.

(a) $f''(x) = \dfrac{e^x\left(x^3 - 4x + 2\right) - 2}{x^3}$;
(b) $f''(x) = \dfrac{e^x\left(x^3 - x + 2\right) - 2x}{x^4}$;
(c) $f''(x) = \dfrac{e^x\left(x^3 - 2x + 1\right) - x}{x^4}$;
(d) $f''(x) = \dfrac{e^x\left(x^2 - 2x + 2\right) - 2}{x^3}$;
(e) $f''(x) = \dfrac{e^x\left(x^2 - 4x + 2\right) - 4x}{x^4}$.

Questão 3. Determine o ponto P da hipérbola $y = \dfrac{2}{x}$, $x > 0$, mais próximo da origem.

(a) $P = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$;
(b) $P = (1, 2)$;
(c) $P = (\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\sqrt{2})$;
(d) $P = (2, 1)$;
(e) $P = (2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Questão 4. Em qual intervalo o gráfico da função $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ tem concavidade para cima?

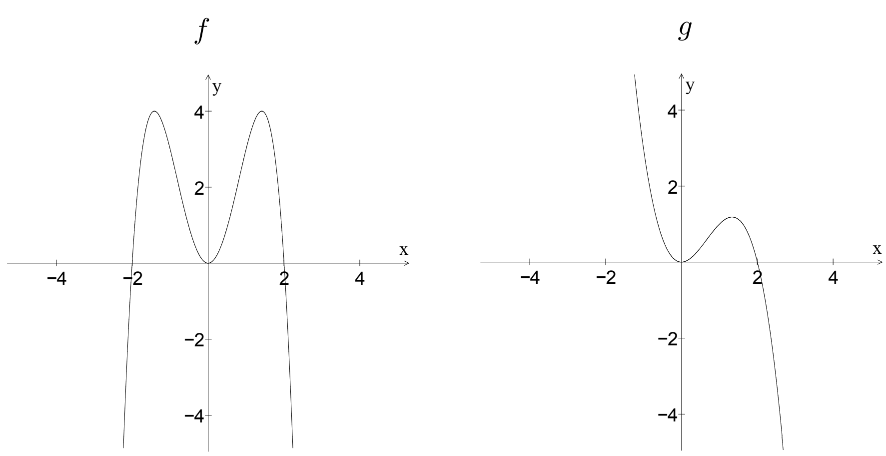
(a) $\left]\frac{a+b+c}{2}, +\infty\right[$;
(b) $\left]-\infty, \frac{a+b+c}{2}\right[$;
(c) $\left]-\infty, \frac{a+b+c}{3}\right[$;
(d) $\left]\frac{a+b+c}{3}, +\infty\right[$;
(e) $\left]\frac{a+b+c}{6}, +\infty\right[$.

Questão 5. Determine e classifique os extremos locais da função

$$f(x) = (2-x)e^{x^2}.$$

(a) $x = 0$ é um mínimo local e $x = 2$ é um máximo local;
(b) $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$ é um máximo local, $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ é um mínimo local;
(c) $x = 0$ é um máximo local e $x = 2$ é um mínimo local;
(d) f não possui extremos locais;
(e) $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$ é um mínimo local, $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ é um máximo local.

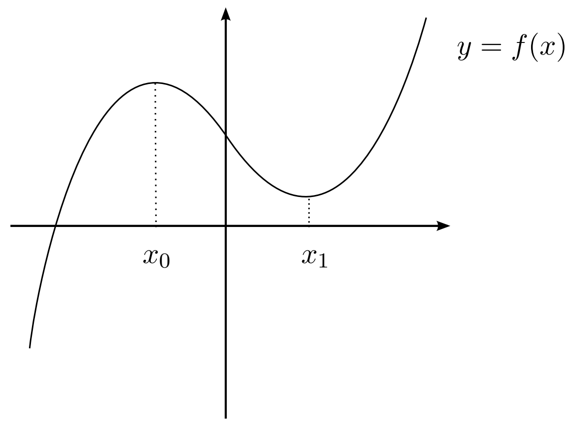
Questão 6. Considere os gráficos das funções polinomiais f e g abaixo.



Então f e g são dadas por:

(a) $f(x) = x^2 + x + 1$; $g(x) = -x^3 + x$;
(b) $f(x) = -x^4 + 4x^2$; $g(x) = -x^3 + 2x^2$;
(c) $f(x) = x^4 - 4x^2 + 2$; $g(x) = -x^3$;
(d) $f(x) = x^4 - 4x^2$; $g(x) = -x^3 + x^2$;
(e) $f(x) = -x^4 - x^2$; $g(x) = x^3 - 2x^2$.

Questão 7. Considere a função polinomial $f(x) = x^3 - 3ax + b$, cujo gráfico é dado abaixo. Note que f possui dois pontos críticos distintos, x_0 um máximo local e x_1 um mínimo local. Qual das condiçoes é necessariamente satisfeita?



(a) $a > 0$ e $b < 0$;
(b) $a > 0$ e $f(-\sqrt{a}) < f(\sqrt{a})$;
(c) $a > 0$ e $b - 2a\sqrt{a} < f(0) < b + 2a\sqrt{a}$;
(d) $a < 0$ e $b + 2a\sqrt{a} < b < b - 2a\sqrt{a}$;
(e) $a < 0$ e $2a\sqrt{a} < b < -2a\sqrt{a}$.

Questão 8. Uma função derivável $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfaz as seguintes condições:

- $f'(x) < 0$ em $]-\infty, 2[$ e em $]4, 6[$;
- $f'(x) > 0$ em $]2, 4[$ e em $]6, +\infty[$;
- $f(2) = 1,\ f(4) = 2,\ f(6) = -1$.

Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

(a) f não admite máximo;
(b) f não é contínua em $x = 4$;
(c) $x = 4$ é um ponto de máximo absoluto da f;
(d) $x = 2$ é um ponto de máximo local da f;
(e) $x = 6$ é um ponto de mínimo absoluto da f.

Questão 9. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) Se $x_0 \in [a, b]$ é um ponto de máximo da f em $[a, b]$, então $f'(x_0) = 0$;
(b) Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua, então f admite máximo e mínimo.
(c) Se $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ é derivável, $f(0) = 0$ e $f(1) = 2$, então existe $\xi \in]0, 1[$ tal que $f'(\xi) = 2$;
(d) Se $f'(x_0) = 0$, então x_0 é um máximo ou um mínimo local da f;
(e) Se $f''(x_0) = 0$, então x_0 é um ponto de inflexão.

Questão 10. Qual é a área do maior retângulo inscrito numa circunferência de raio R?

(a) πR^2;
(b) $\frac{R^2}{2}$;
(c) $2R$;
(d) R^2;
(e) $2R^2$.

Questão 11. Quantos pontos de inflexão tem o gráfico da função f dada?

$$f(x) = e^{-x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(a) quatro;
(b) dois;
(c) zero;
(d) um;
(e) três.

Questão 12. Calcule o limite $L = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{e^x - 1}{x^2}$.

(a) $L = e$;
(b) $L = 0$;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = 1$;
(e) $L = -\infty$.

Questão 13. Em qual dos intervalos dados a função $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ é crescente?

(a) $]0, 1[$;
(b) $]1, +\infty[$;
(c) $\left]0, \sqrt{2}\right[$;
(d) $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$;
(e) $]2, +\infty[$.

Questão 14. Determine e classifique os extremos locais da função

$$f(x) = 2x^3 + 6x + 2.$$

(a) f não possui extremos locais;
(b) $x = 0$ é um ponto de máximo local e $x = 1$ é um ponto de mínimo local;
(c) $x = 1$ é um ponto de máximo local;
(d) $x = 1$ é um ponto de mínimo local;
(e) $x = 0$ é um ponto de máximo local.

Questão 15. Calcule o máximo M e o mínimo m da função

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$$

no intervalo $[0, 3]$.

(a) $m = 0$ e $M = 72$;
(b) $m = 18$ e $M = 72$;
(c) $m = 0$ e $M = 20$;
(d) $m = 0$ e $M = 18$;
(e) $m = 18$ e $M = 20$.

MAT 104 — Cálculo 1
Prof. Paolo Piccione

Prova 3
30 de Junho de 2010

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas Qui-D

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**